Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Макаренко Елена Николаевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 30.08.2026 11:11:35
Уникальный программный ключ:
c098bc0c1041cb2a4cf926cf171d6715d99a6ae00adc8e27b55cbe1e2dbd7c78

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)»

УТВЕРЖДАЮ
Начальник
учебно-методического управления
Т.К. Платонова
«25» мая 2026 г.

**Рабочая программа дисциплины**
**Дифференциальные уравнения**

Направление подготовки
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность (профиль) программы бакалавриата
02.03.02.01 Теоретические основы информатики и компьютерные науки

Для набора 2026 года

Квалификация
Бакалавр

КАФЕДРА **Прикладная математика и технологии искусственного интеллекта**

**Распределение часов дисциплины по семестрам / курсам**

| Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>) | **4 (2.2)** | | Итого | |
|---|---|---|---|---|
| Недель | 16 3/6 | | | |
| Вид занятий | УП | РП | УП | РП |
| Лекции | 32 | 32 | 32 | 32 |
| Практические | 32 | 32 | 32 | 32 |
| Итого ауд. | 64 | 64 | 64 | 64 |
| Контактная работа | 64 | 64 | 64 | 64 |
| Сам. работа | 44 | 44 | 44 | 44 |
| Часы на контроль | 36 | 36 | 36 | 36 |
| Итого | 144 | 144 | 144 | 144 |

## ОСНОВАНИЕ

Учебный план утвержден учёным советом Университета (протокол № 9 от 03.03.2026 г.).

Программу составил(и): К.ф.-м.н., доцент, Николенко Петр Вадимович

Зав. кафедрой: д.э.н., доцент Ю.Г. Чернышева

Методический совет: д.э.н., профессор Е.Н. Тищенко

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

| | |
|---|---|
| 1.1 | сформировать у обучающихся теоретические и практические навыки, необходимые для применения математических методов в профессиональной деятельности и в исследованиях в области моделирования; дать студентам базовые знания по теории дифференциальных и разностных уравнений, необходимые для решения научных и прикладных задач. |

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности**

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен:**

**Знать:**

- основные математические структуры и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей и математической статистики;
- основные математические методы при построении сложных программных систем (соотнесено с индикатором ОПК-1.1)

**Уметь:**

- выбирать основные методы фундаментальной и прикладной математики для решения профессиональных задач;
- применять современные системы программирования для реализации алгоритмов решения прикладных задач (соотнесено с индикатором ОПК-1.2)

**Владеть:**

- навыками проверки адекватности моделей, анализа и интерпретации результатов;
- навыками применения математического аппарата при разработке вычислительных алгоритмов решения прикладных задач (соотнесено с индикатором ОПК-1.3)

## 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка

| № | Наименование темы, краткое содержание | Вид занятия / работы / форма ПА | Семестр / Курс | Количество часов | Компетенции |
|---|---|---|---|---|---|
| 1.1 | Тема 1.1 «Понятие дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям». Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка: формы записи, общее решение. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Геометрическая интерпретация. Задача Коши: существование и единственность решения. | Лекционные занятия | 4 | 2 | ОПК-1 |
| 1.2 | Тема 1.1 «Понятие дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям». Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка: формы записи, общее решение. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Геометрическая интерпретация. Задача Коши: существование и единственность решения. | Практические занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 1.3 | Тема 1.1 «Понятие дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям». Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка: формы записи, общее решение. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Геометрическая интерпретация. Задача Коши: существование и единственность решения. | Самостоятельная работа | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 1.4 | Тема 1.2 «Дифференциальные уравнения первого порядка». Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные и приводящиеся к ним уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. | Лекционные занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 1.5 | Тема 1.2 «Дифференциальные уравнения первого порядка». Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные | Практические занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | и приводящиеся к ним уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. | | | | |
| 1.6 | Тема 1.2 «Дифференциальные уравнения первого порядка». Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные и приводящиеся к ним уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. | Самостоятельная работа | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 1.7 | Тема 1.3 Задача Коши для ДУ 1-го порядка. Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши. Теорема Банаха о сжимающем отображении. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений первого порядка и систем уравнений первого порядка. | Практические занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 1.8 | Тема 1.3 Задача Коши для ДУ 1-го порядка. Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши. Теорема Банаха о сжимающем отображении. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений первого порядка и систем уравнений первого порядка. | Лекционные занятия | 4 | 2 | ОПК-1 |
| 1.9 | Тема 1.3 Задача Коши для ДУ 1-го порядка. Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши. Теорема Банаха о сжимающем отображении. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений первого порядка и систем уравнений первого порядка. | Самостоятельная работа | 4 | 4 | ОПК-1 |

## Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков

| № | Наименование темы, краткое содержание | Вид занятия / работы / форма ПА | Семестр / Курс | Количество часов | Компетенции |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.1 | Тема. 2.1 «Дифференциальные уравнения высших порядков». Понятие дифференциального уравнения порядка n (n>1). Существование и единственность решения задачи Коши для уравнений высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. | Лекционные занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 2.2 | Тема. 2.1 «Дифференциальные уравнения высших порядков». Понятие дифференциального уравнения порядка n (n>1). Существование и единственность решения задачи Коши для уравнений высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Решение задач с применением пакета LibreOffice. | Практические занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 2.3 | Тема. 2.1 «Дифференциальные уравнения высших порядков». Понятие дифференциального уравнения порядка n (n>1). Существование и единственность решения задачи Коши для уравнений высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. | Самостоятельная работа | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 2.4 | Тема 2.2 «Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка». Линейная независимость функций, определитель Вронского. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка: фундаментальная система решений, общее решение. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение n-го порядка: структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Интегрирование линейных уравнений при помощи рядов. | Лекционные занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 2.5 | Тема 2.2 «Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка». Линейная независимость функций, определитель Вронского. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка: фундаментальная система решений, общее решение. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение n-го порядка: структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Интегрирование линейных уравнений при помощи рядов. | Практические занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 2.6 | Тема 2.2 «Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка». Линейная независимость функций, определитель Вронского. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка: фундаментальная система решений, общее решение. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение n-го порядка: структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Интегрирование линейных уравнений при помощи рядов. | Самостоятельная работа | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 2.7 | Тема 2.3 «Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами» Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. | Лекционные занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 2.8 | Тема 2.3 «Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами» Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. | Практические занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.9 | Тема 2.3 «Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами» Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. | Самостоятельная работа | 4 | 4 | ОПК-1 |

**Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений**

| № | Наименование темы, краткое содержание | Вид занятия / работы / форма ПА | Семестр / Курс | Количество часов | Компетенции |
|---|---|---|---|---|---|
| 3.1 | Тема 3.1 «Системы дифференциальных уравнений» Системы дифференциальных уравнений: основные понятия. Существование и единственность решения. Интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений. Система дифференциальных уравнений в симметрической форме. | Лекционные занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 3.2 | Тема 3.1 «Системы дифференциальных уравнений» Системы дифференциальных уравнений: основные понятия. Существование и единственность решения. Интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений. Система дифференциальных уравнений в симметрической форме. | Практические занятия | 4 | 2 | ОПК-1 |
| 3.3 | Тема 3.1 «Системы дифференциальных уравнений» Системы дифференциальных уравнений: основные понятия. Существование и единственность решения. Интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений. Система дифференциальных уравнений в симметрической форме. | Самостоятельная работа | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 3.4 | Тема 3.2 «Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами» Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных. | Лекционные занятия | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 3.5 | Тема 3.2 «Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами» Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных.<br>Применение<br>Python для решения дифференциальных уравнений | Практические занятия | 4 | 2 | ОПК-1 |
| 3.6 | Тема 3.2 «Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами» Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных. | Самостоятельная работа | 4 | 4 | ОПК-1 |

**Раздел 4. Разностные схемы**

| № | Наименование темы, краткое содержание | Вид занятия / работы / форма ПА | Семестр / Курс | Количество часов | Компетенции |
|---|---|---|---|---|---|
| 4.1 | Тема 4.1 «Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем, точки покоя» Динамические системы. Свойства решений. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость линейных систем. Точки покоя, исследование траекторий в окрестности точки покоя. Исследование на устойчивость по первому приближению. | Лекционные занятия | 4 | 2 | ОПК-1 |
| 4.2 | Тема 4.1 «Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем, точки покоя» Динамические системы. Свойства решений. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость линейных систем. Точки покоя, исследование траекторий в окрестности точки покоя. Исследование на устойчивость по первому приближению. | Практические занятия | 4 | 2 | ОПК-1 |
| 4.3 | Тема 4.1 «Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем, точки покоя» Динамические системы. Свойства решений. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость линейных систем. Точки покоя, исследование траекторий в окрестности точки покоя. Исследование на устойчивость по первому приближению | Самостоятельная работа | 4 | 4 | ОПК-1 |
| 4.4 | Тема 4.2 «Разностные уравнения» Классификация систем конечно-разностных уравнений. Линейные и нелинейные системы. Определение решения. Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи. | Лекционные занятия | 4 | 2 | ОПК-1 |
| 4.5 | Тема 4.2 «Разностные уравнения» Классификация систем конечно-разностных уравнений. Линейные и нелинейные системы. Определение решения. Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи. | Практические занятия | 4 | 2 | ОПК-1 |
| 4.6 | Тема 4.2 «Разностные уравнения» Классификация систем конечно-разностных уравнений. Линейные и нелинейные системы. Определение решения. Фундаментальная матрица решений линейной | Самостоятельная работа | 4 | 8 | ОПК-1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | системы. Матрица Коши. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи. | | | | |
| 4.7 | Подготовка к промежуточной аттестации | Экзамен | 4 | 36 | ОПК-1 |

## 4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Структура и содержание фонда оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в Приложении 1 к рабочей программе дисциплины.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Учебные, научные и методические издания

| | Авторы, составители | Заглавие | Издательство, год | Библиотека / Количество |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Гусак А. А., Бричикова Е. А. | Основы высшей математики: пособие для студентов вузов: учебное пособие | Минск: ТетраСистемс, 2012 | ЭБС «Университетская библиотека онлайн» |
| 2 | Асташова, И. В., Никишкин, В. А. | Дифференциальные уравнения. Практикум: учебное пособие | Москва: Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004 | ЭБС «IPR SMART» |
| 3 | Акчурина, Л. В., Глазкова, М. Ю., Каверина, В. К. | Математический анализ: учебное пособие | Воронеж: Воронежский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2019 | ЭБС «IPR SMART» |
| 4 | | Студент. Аспирант. Исследователь: всероссийский научный журнал: журнал | Владивосток: Эксперт-Наука, 2020 | ЭБС «Университетская библиотека онлайн» |

### 5.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

ИСС «КонсультантПлюс»
ИСС «Гарант» http://www.internet.garant.ru/
Национальная электронная библиотека (НЭБ), https://rusneb.ru/

### 5.3. Перечень программного обеспечения

Операционная система РЕД ОС
Свободно распространяемый офисный пакет LibreOffice
Python

### 5.4. Учебно-методические материалы для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости по заявлению обучающегося с ограниченными возможностями здоровья учебно-методические материалы предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям здоровья и восприятия информации. Для лиц с нарушениями зрения: в форме аудиофайла; в печатной форме увеличенным шрифтом. Для лиц с нарушениями слуха: в форме электронного документа; в печатной форме. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в форме электронного документа; в печатной форме.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Помещения для всех видов работ, предусмотренных учебным планом, укомплектованы необходимой специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения:
- столы, стулья;
- персональный компьютер / ноутбук (переносной);
- проектор;
- экран / интерактивная доска.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по освоению дисциплины представлены в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

**Приложение 1**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**1 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

1.1 Показатели и критерии оценивания компетенций:

| ЗУН, составляющие компетенцию | Показатели оценивания | Критерии оценивания | Средства оценивания |
|---|---|---|---|
| ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | | | |
| Знать:<br>- основные математические структуры и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей и математической статистики;<br>- основные математические методы при построении сложных программных систем | изучает основную и дополнительную литературу, содержащую материал об основных понятиях и методах современных исследований в области дифференциальных уравнений, теории дифференциальных и разностных уравнений; методы решения дифференциальных уравнений высших порядков, для подготовки к экзамену и устному опросу | полнота и содержательность ответа на экзамене, устном опросе, соответствие ответов материалу, содержащемся в изученной литературе | Теоретические вопросы к экзамену (1-35), практико-ориентированные задания к экзамену (1-13), практические задания (раздел 1-4), опрос (раздел 1-4) |
| Уметь:<br>- выбирать основные методы фундаментальной и прикладной математики для решения профессиональных задач;<br>- применять современные системы программирования для реализации алгоритмов решения прикладных задач | решение практико-ориентированных и практических заданий: вычисление однородных дифференциальных уравнений и системы дифференциальных уравнений дифференциальных уравнений высших порядков, систем ДУ, разностных уравнений? Задача Коши Уравнение Бернулли Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных<br>Исследование на устойчивость | правильность решения задач на вычисление однородных дифференциальных уравнений и системы дифференциальных уравнений;<br>дифференциальных уравнений высших порядков, систем ДУ, разностных уравнений | Теоретические вопросы к экзамену (1-35), практико-ориентированные задания к экзамену (1-13), практические задания (раздел 1-4), опрос (раздел 1-4) |
| Владеть:<br>- навыками проверки адекватности моделей, анализа и интерпретации результатов;<br>- навыками применения математического аппарата при разработке вычислительных алгоритмов решения прикладных задач | решение практико-ориентированных и практических заданий<br>уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные и приводящиеся к ним уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах<br>заданий на вычисление однородных дифференциальных уравнений (линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка, однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами),<br>Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными | обоснованность применения методов для вычисления уравнений с разделяющимися переменными. Однородных уравнений первого порядка. Уравнений, приводящихся к однородным. Линейных и приводящихся к ним уравнений. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах;<br>заданий на вычисление однородных дифференциальных уравнений (линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка, однородные и неоднородные линейные | Теоретические вопросы к экзамену (1-35), практико-ориентированные задания к экзамену (1-13), практические задания (раздел 1-4), опрос (раздел 1-4) |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | коэффициентами | дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами) | |

1.2 Шкалы оценивания:
Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация осуществляется в рамках накопительной балльно-рейтинговой системы в 100-балльной шкале:
84-100 баллов (оценка «отлично»)
67-83 баллов (оценка «хорошо»)
50-66 баллов (оценка «удовлетворительно»)
0-49 баллов (оценка «неудовлетворительно»)

**2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Теоретические вопросы к экзамену**

1. Понятие дифференциального уравнения. Задача Коши.
2. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
3. Понятие о продолжимости решения задачи Коши.
4. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных условий.
5. Понятие об уравнениях с разделяющимися переменными и метод их решения.
6. Однородные дифференциальные уравнения.
7. Линейные дифференциальные уравнения.
8. Уравнения Бернулли.
9. Уравнения в полных дифференциалах.
10. Понятие об интегрирующем множителе и методы его отыскания
11. Уравнения Лагранжа и Клеро.
12. Дифференциальные уравнения высших порядков.
13. Задача Коши для дифференциальных уравнений высших порядков. Вопрос о существовании и единственности решения задачи Коши.
14. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение прядка.
15. Однородные дифференциальные уравнения порядка n с постоянными коэффициентами.
16. Неоднородные дифференциальные уравнения порядка n с постоянными
17. коэффициентами.
18. Фундаментальная система решений дифференциального уравнения прядка n.
19. Формула Остроградского-Лиувилля
20. Понятие системы дифференциальных уравнений
21. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Общее и частное решение нормальной системы дифференциальных уравнений.
22. Первый и общий интеграл нормальной системы дифференциальных уравнений.
23. Приведение линейного дифференциального уравнения порядка n к нормальной системе дифференциальных уравнений и обратная задача.
24. Фундаментальная система решений однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
25. Интегрирование неоднородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
26. Теорема существования и единственности для нормальной системы дифференциальных уравнений.
27. Непрерывная зависимость решений систем дифференциальных уравнений от начальных данных
28. Дифференцируемость решений систем дифференциальных уравнений по начальным данным и параметрам
29. Периодические решения квазилинейных систем дифференциальных уравнений
30. Автономные системы на плоскости
31. Понятие устойчивости решения системы дифференциальных уравнений по Ляпунову.
32. Второй метод Ляпунова. Функция Ляпунова.
33. Теоремы Ляпунова и Четаева об устойчивости и неустойчивости движения.
34. Примеры применения теоремы Ляпунова.
35. Параметрический резонанс

**Практико-ориентированные задания к экзамену**

1. С помощью изоклин изобразить схематически решение уравнения

$$2(y+y')=x+2.$$

2. Решить уравнения, при необходимости сведя их к уравнениям с разделяющимися переменными

$$1.\ (x^3+2x)y^2dy=xdx;\quad 2.\ dy=\sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}dx;\quad 3.\ \frac{y'}{y}=x\cos^2 y;$$

3. Решить однородные уравнения

$$1.\ x^2y'-y^2=2x^2;\quad 2.\ xy'=y(\ln y-\ln x);\quad 3.\ xydy-y^2dx=(x+y)^2e^{-y/x}dx;$$

4. $y' = \dfrac{x+2y-3}{4x-y-3}$; 5. $(y^2-3x^2)dy+2xydx=0,\ y(0)=1.$

4. Решить уравнения, при необходимости сведя их к линейным

1. $y'+2xy=xe^{-x^2}$; 2. $2ydx+(y^2-6x)dy=0$; 3. $xy'=y+x^2\cos x$;

4. $(x^2-1)y'-xy=x^3-x,\ y(2)=1,5$; 5. $y'+2xy=xe^{-x^2}\sin x,\ y(0)=1.$

5. Решить уравнение Бернулли

1. $y'=x^3y^3-xy$; 2. $xy+2y=x^5y$; 3. $2(xy'+y)=y^2\ln x,\ y(1)=2.$

6. Решить уравнение в полных дифференциалах

1. $(y+\dfrac{2}{x^2})dx+(x+\dfrac{3}{y^2})dy=0$; 2. $\dfrac{3x^2+y}{y^2}dx=\dfrac{2x^3+xy+2y^3}{y^3}dy.$

7. Решить уравнения, понизив их порядок

1. $y''+2xy'=0$; 2. $(y-1)y''=2(y')^2$;

3. $y'''+3y'y''=0$; 4. $yy''=2x(y')^2,\ y(2)=2,\ y'(2)=0,5.$

8. Решить задачу Коши

1. $3y''-2y'-8y=0,\ y(1)=1,\ y'(1)=2$; 2. $y''+y=0,\ y(\dfrac{\pi}{4})=2,\ y'(\dfrac{\pi}{4})=1.$

9. Найти общее решение уравнения

$2y''+y'-y=f(x),$

если

1. $f(x)=3x^2-1$; 2. $f(x)=3e^{-x}$; 3. $f(x)=2\sin x$; 4. $f(x)=e^x\cos 2x.$

10. Найти решение задачи Коши

$y''+\dfrac{1}{4}y=\dfrac{1}{4}\dfrac{x}{2},\quad y(\dfrac{\pi}{4})=2,\ y'(\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{1}{2},$

методами Лагранжа и Коши.

11. Решить систему дифференциальных уравнений методом Лагранжа

$$\begin{cases} x'=-4x+y, \\ y'=-6x+y+\dfrac{1}{1+e^{2t}}. \end{cases}$$

12. Решить разными методами (или методом исключений, или методом Эйлера, или матричным методом) две системы дифференциальных уравнений $\vec{x}'=A\vec{x}$, где

1) $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ $\lambda_1=1,\ \lambda_2=3,\ \lambda_3=5;$ 2) $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\lambda_1=-2,\ \lambda_2=-2,\ \lambda_3=2.$

Записать матрицант каждой системы и найти их фундаментальные системы решений.

13. Решить систему дифференциальных уравнений

$x''-y''+y'+x-3y=0,$

$4y''-2x''-x'-2x+5y=0.$

**Критерии оценивания:**

**Максимальное количество баллов – 100.**

Экзаменационный билет включает 2 теоретических вопроса и 1 задание из перечня практико-ориентированных заданий к экзамену.

Каждый вопрос оценивается отдельно, максимально в **20 баллов.**
Максимальное количество баллов за ответы на теоретические вопросы – **40 баллов**. Критерии оценивания отдельного вопроса:

| | |
|---|---|
| **17-20 баллов** | изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с поставленной программой курса целью обучения; грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой |
| **14-16 баллов** | наличие твердых и достаточно полных знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с целью обучения, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, обучающийся усвоил основную литературу, рекомендованную в рабочей программе дисциплины |
| **11-13 баллов** | наличие твердых знаний в объеме пройденного курса в соответствии с целью обучения, изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов; правильные в целом действия по применению навыков и умений при решении практико-ориентированных заданий |
| **0-10 баллов** | ответы не связаны с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять умения и навыки при решении практико-ориентированных заданий, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы |

Практико-ориентированное задание оценивается максимально в **60 баллов.** Критерии оценивания задания:

| | |
|---|---|
| **51-60 баллов** | задание выполнено в полном объеме; обучающийся демонстрирует уверенные действия в процессе решения |
| **41-50 баллов** | задание выполнено в полном объеме, но с небольшими погрешностями; обучающийся демонстрирует правильные действия в процессе решения |
| **31-40 баллов** | задание выполнено частично; при решении продемонстрированы в целом правильные действия |
| **0-30 баллов** | задание не выполнено или выполнено частично, с грубыми ошибками; обучающийся демонстрирует неумение применять полученные знания и навыки при решении конкретных заданий |

**Практические задания**

**Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка**

**Практическое задание 1.** Понятие дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка: формы записи, общее решение. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Геометрическая интерпретация. Задача Коши: существование и единственность решения.

**Практическое задание 2.** Дифференциальные уравнения первого порядка.
Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные и приводящиеся к ним уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.

**Практическое задание 3.** Задача Коши для ДУ 1-го порядка.
Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши. Теорема Банаха о сжимающем отображении. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений первого порядка и систем уравнений первого порядка.

**Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков**

**Практическое задание 4.** Дифференциальные уравнения высших порядков.
Понятие дифференциального уравнения порядка n (n>1).
Существование и единственность решения задачи Коши для уравнений высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Решение задач с применением пакета LibreOffice.

**Практическое задание 5.** Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка.

Линейная независимость функций, определитель Вронского. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка: фундаментальная система решений, общее решение. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение n-го порядка: структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Интегрирование линейных уравнений при помощи рядов.

**Практическое задание 6.** Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

**Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений**
**Практическое задание 7.** Системы дифференциальных уравнений.
Системы дифференциальных уравнений: основные понятия. Существование и единственность решения. Интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений. Система дифференциальных уравнений в симметрической форме.

**Практическое задание 8.** Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных.

**Раздел 4. Разностные схемы**
**Практическое задание 9.** Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем, точки покоя.
Динамические системы. Свойства решений. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость линейных систем. Точки покоя, исследование траекторий в окрестности точки покоя. Исследование на устойчивость по первому приближению.

**Практическое задание 10.** Разностные уравнения.
Классификация систем конечно-разностных уравнений. Линейные и нелинейные системы. Определение решения. Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи.

**Критерии оценивания:**
**Максимальное количество баллов – 60 баллов**
За выполнение практических **заданий 1-6** обучающийся может получить до **30 баллов,** каждое задание при этом оценивается до **5 баллов**

| | |
|---|---|
| **5 баллов** | Задание выполнено верно |
| **4 балла** | При выполнении задания были допущены неточности, не влияющие на результат |
| **2-3 балла** | При выполнении задания были допущены ошибки |
| **1 балл** | При выполнении задания были допущены существенные ошибки |
| **0 баллов** | Задание не выполнено |

За выполнение практических **заданий 7 и 9** обучающийся может получить до **14 баллов,** каждое задание при этом оценивается до **7 баллов**

| | |
|---|---|
| **7 баллов** | Задание выполнено верно |
| **5-6 баллов** | При выполнении задания были допущены неточности, не влияющие на результат |
| **3-4 балла** | При выполнении задания были допущены ошибки |
| **1-2 балла** | При выполнении задания были допущены существенные ошибки |
| **0 баллов** | Задание не выполнено |

За выполнение практических **заданий 8 и 10** обучающийся может получить до **16 баллов,** каждое задание при этом оценивается до **8 баллов**

| | |
|---|---|
| **8 баллов** | Задание выполнено верно |
| **5-7 баллов** | При выполнении задания были допущены неточности, не влияющие на результат |
| **3-4 балла** | При выполнении задания были допущены ошибки |
| **1-2 балла** | При выполнении задания были допущены существенные ошибки |

| | |
|---|---|
| **0 баллов** | Задание не выполнено |

**Опрос**

**Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка**

1. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
2. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка: формы записи, общее решение.
4. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Геометрическая интерпретация.
5. Задача Коши: существование и единственность решения
6. Уравнения с разделяющимися переменными.
7. Однородные уравнения первого порядка.
8. Уравнения, приводящиеся к однородным.
9. Линейные и приводящиеся к ним уравнения.
10. Уравнение Бернулли.
11. Уравнения в полных дифференциалах
12. Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши.
13. Теорема Банаха о сжимающем отображении.
14. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений первого порядка и систем уравнений первого порядка

**Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков**

15. Понятие дифференциального уравнения порядка n (n>1).
16. Существование и единственность решения задачи Коши для уравнений высших порядков.
17. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
18. Линейная независимость функций, определитель Вронского.
19. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка: фундаментальная система решений, общее решение.
20. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение n-го порядка: структура общего решения.
21. Метод вариации произвольных постоянных.
22. Интегрирование линейных уравнений при помощи рядов.
23. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
24. Метод Эйлера.

**Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений**

25. Системы дифференциальных уравнений: основные понятия.
26. Существование и единственность решения.
27. Интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений.
28. Система дифференциальных уравнений в симметрической форме.
29. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
30. Метод Эйлера.
31. Метод вариации произвольных постоянных.

**Раздел 4. Разностные схемы**

32. Динамические системы. Свойства решений.
33. Устойчивость по Ляпунову.
34. Асимптотическая устойчивость.
35. Устойчивость линейных систем.
36. Точки покоя, исследование траекторий в окрестности точки покоя.
37. Исследование на устойчивость по первому приближению.
38. Классификация систем конечно-разностных уравнений.
39. Линейные и нелинейные системы. Определение решения.
40. Фундаментальная матрица решений линейной системы.
41. Матрица Коши.
42. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи

Данный перечень вопросов для проведения опроса является примерным. Он может актуализироваться преподавателем по необходимости.

Опрос тематически охватывает все разделы учебного курса и проводится в устной форме. Группировка вопросов для опроса производится преподавателем.

**Максимальное количество баллов – 40 баллов**

За участие в опросе обучающийся может получить до 40 баллов (необходимо успешно ответить на 5 вопросов по каждому из разделов). В ходе опроса при ответе на отдельный вопрос обучающийся может получить до **2 баллов**

| | |
|---|---|
| **2 балла** | Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, системно показана совокупность освоенных знаний об объекте, проявляющаяся в свободной оперировании основными понятиями учебного курса. Ответ характеризуется содержательностью, конкретностью, знанием основной и дополнительной литературы, рекомендуемой по теме, четкостью и логичностью изложения материала. |
| **1 балл** | Дан неполный и непоследовательный ответ на поставленный вопрос. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Обучающийся не осознает связи между понятиями, концептуальные пересечения, структурные закономерности. Отсутствует конкретизация и доказательность. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа на поставленные вопросы. |
| **0 баллов** | Обучающийся затрудняется ответить на вопросы |

**3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Процедуры оценивания включают в себя текущий контроль и промежуточную аттестацию.
**Текущий контроль** успеваемости проводится с использованием оценочных средств, представленных в п. 2 данного приложения. Результаты текущего контроля доводятся до сведения студентов до промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** проводится в форме экзамена

Экзамен проводится по расписанию промежуточной аттестации в письменном виде. Количество вопросов в экзаменационном билете – 3. Проверка ответов и объявление результатов производится в день экзамена. Результаты аттестации заносятся в ведомость и зачетную книжку студента. Студенты, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику промежуточной аттестации, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.

**Приложение 2**

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебным планом предусмотрены следующие виды занятий:
- лекции;
- практические занятия.

В ходе лекционных занятий рассматривается теоретический материал, даются рекомендации для самостоятельной работы и подготовке к практическим занятиям.

В ходе практических работ развиваются навыки применения математических методов, выбора инструментальных средств для обработки и анализа данных в профессиональной деятельности

При подготовке к практическим занятиям каждый студент должен:

– изучить рекомендованную учебную литературу;

В процессе подготовки к практическим занятиям студенты могут воспользоваться консультациями преподавателя.

Теоретические вопросы должны быть изучены студентами в ходе самостоятельной работы. Контроль самостоятельной работы студентов над учебной программой курса осуществляется методом опроса и выполнения практических заданий. В ходе самостоятельной работы каждый студент обязан прочитать основную и по возможности дополнительную литературу по изучаемой теме. Выделить непонятные термины, найти их значение в энциклопедических словарях.

Для подготовки к занятиям, текущему контролю и промежуточной аттестации студенты могут воспользоваться электронно-библиотечными системами. Также обучающиеся могут взять на дом необходимую литературу на абонементе университетской библиотеки или воспользоваться читальными залами.