Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Макаренко Елена Николаевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 30.08.2026 10:48:05
Уникальный программный ключ:
c098bc0c1041cb2a4cf926cf171d6715d99a6ae00adc8e27b55cbe1e2dbd7c78

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)»

УТВЕРЖДАЮ
Начальник
учебно-методического управления
Т.К. Платонова
«25» мая 2026 г.

Рабочая программа дисциплины
Методы оптимизации

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы бакалавриата
01.03.02.02 Математическое и программное обеспечение систем искусственного интеллекта

Для набора 2026 года

Квалификация
Бакалавр

КАФЕДРА **Прикладная математика и технологии искусственного интеллекта**

Распределение часов дисциплины по семестрам / курсам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	**7 (4.1)**		Итого	
Недель	16 1/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	8	8	8	8
Практические	8	8	8	8
Итого ауд.	16	16	16	16
Контактная работа	16	16	16	16
Сам. работа	299	299	299	299
Часы на контроль	9	9	9	9
Итого	324	324	324	324

ОСНОВАНИЕ

Учебный план утвержден учёным советом Университета (протокол № 9 от 03.03.2026 г.).

Программу составил(и): к. ф.-м. н., доцент, Николенко Петр Вадимович

Зав. кафедрой: д.э.н., доцент Ю.Г. Чернышева

Методический совет: д.э.н., профессор Е.Н. Тищенко

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	теоретическое освоение студентами современных концепций и моделей математики, приобретение практических навыков применения аппарата математики для решения оптимизационных задач в экономике (с анализом решения)

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- базовые основы естественных наук, математики и информатики для развития способности применять фундаментальные знания в профессиональной деятельности (соотнесено с индикатором ОПК-1.1)
- математические методы оптимизации и системы программирования для решения прикладных задач; принципы работы современных информационных технологий в выбранной области деятельности для решения профессиональных задач; постановки задач линейной и нелинейной оптимизации, численные методы математического программирования, алгоритмы и программное обеспечение по тематике проводимых научно-исследовательских проектов (соотнесено с индикатором ОПК-3.1)

Уметь:

- применять знания естественных наук, математики и информатики для развития способности применять фундаментальные знания в профессиональной деятельности (соотнесено с индикатором ОПК-1.2)
- применять математические методы оптимизации и системы программирования для решения прикладных задач; использовать принципы работы современных информационных технологий в выбранной области деятельности для решения профессиональных задач; делать постановки задач линейной и нелинейной оптимизации, проводить вычисления задач математического программирования, использовать алгоритмы и программное обеспечение по тематике проводимых научно-исследовательских проектов (соотнесено с индикатором ОПК-3.2)

Владеть:

- способностью применять фундаментальные знания в области математики в профессиональной деятельности (соотнесено с индикатором ОПК-1.3)
- навыками проверки адекватности оптимизационных моделей, анализа и интерпретации результатов в ходе решения прикладных задач; навыками применения математического аппарата при разработке вычислительных алгоритмов решения оптимизационных задач (соотнесено с индикатором ОПК-3.3)

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. «Линейное программирование»

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
1.1	«Классификация задач математического программирования. Симплекс-метод решения задач линейного программирования» Вводная лекция Классификация задач математического программирования. Различные формы задачи линейного программирования и их эквивалентность. Модифицированные жордановы исключения. Основная теорема линейного программирования. Крайние точки множества допустимых значений, выпуклая комбинация векторов, выпуклые многогранники, лемма о выпуклости области допустимых значений задачи линейного программирования. Преобразование задач линейного программирования к задаче с ограничениями в форме равенств. Опорные решения систем линейных уравнений, алгебраическая характеристика крайних точек области допустимых значений задачи линейного программирования. Базис опорного решения, симплекс-метод решения задачи линейного программирования.	Лекционные занятия	7	2	ОПК-3 ОПК-1
1.2	«Классификация задач математического программирования. Симплекс-метод решения задач линейного программирования» Вводная лекция Классификация задач математического программирования. Различные формы задачи линейного программирования и их эквивалентность. Модифицированные жордановы исключения. Основная теорема линейного программирования. Крайние точки множества допустимых значений, выпуклая комбинация векторов, выпуклые многогранники, лемма о выпуклости области допустимых	Практические занятия	7	2	ОПК-3 ОПК-1

	значений задачи линейного программирования. Преобразование задач линейного программирования к задаче с ограничениями в форме равенств. Опорные решения систем линейных уравнений, алгебраическая характеристика крайних точек области допустимых значений задачи линейного программирования. Базис опорного решения, симплекс-метод решения задачи линейного программирования.				
1.3	«Приведение задачи к канонической форме» Построение начального опорного плана задачи линейного программирования, когда часть свободных членов в ограничениях отрицательна. Условия неразрешимости задачи линейного программирования.	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1
1.4	«Первая и вторая теоремы двойственности» Экономическая интерпретация теорем двойственности. Двойственный симплекс-метод.	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1
1.5	«Теория двойственности в линейном программировании» Содержательное понятие двойственности. Определение двойственной задачи, леммы о взаимной двойственности, связи значений целевых функций прямой и двойственной задачи.	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1
1.6	«Транспортная задача линейного программирования» Транспортная задача линейного программирования, постановка задачи. Условие баланса, метод северо-западного угла для построения начального плана, метод потенциалов для решения задачи.	Самостоятельная работа	7	10	ОПК-3 ОПК-1
1.7	«Исторический обзор экономико-математических методов и моделей»	Самостоятельная работа	7	10	ОПК-3 ОПК-1

Раздел 2. «Динамическое и выпуклое программирование»

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
2.1	«Метод динамического программирования» Метод динамического программирования. Задача динамического программирования в общем виде. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана. Математические основы метода динамического программирования. Задача о распределении инвестиций: пример построения модели и вычислительной схемы, решение задачи методом динамического программирования	Лекционные занятия	7	2	ОПК-3 ОПК-1
2.2	«Математические основы метода динамического программирования» Задача о распределении инвестиций: пример построения модели и вычислительной схемы, решение задачи методом динамического программирования	Практические занятия	7	2	ОПК-3 ОПК-1
2.3	«Выпуклые множества. Выпуклые функции » Выпуклые множества. Некоторые приложения теорем отделимости выпуклых множеств. Определение, свойства выпуклых функций, связанные с задачами оптимизации, Критерий выпуклости функции.	Самостоятельная работа	7	8	ОПК-3 ОПК-1
2.4	«Выпуклые функции» Определение, свойства выпуклых функций, связанные с задачами оптимизации, Критерий выпуклости функции. Применение дифференциальных критериев выпуклости функций к анализу выпуклости функций нескольких переменных.	Самостоятельная работа	7	8	ОПК-3 ОПК-1
2.5	«Выпуклые функции» Неравенство Йенсена. Достаточные условия выпуклости суперпозиции выпуклых функций на выпуклом множестве. Достаточные условия выпуклости функции максимума. Вогнутость функции Кобба-Дугласа на	Самостоятельная работа	7	8	ОПК-3 ОПК-1
2.6	«Критерии выпуклости функций» Необходимые и достаточные условия выпуклости дважды непрерывно дифференцируемой функции одного переменного на числовом интервале. Максимумы и минимумы выпуклых и вогнутых функций.	Самостоятельная работа	7	10	ОПК-3 ОПК-1
2.7	«Нелинейные задачи оптимизации в Rn» Определение, формулировки условий оптимальности. Максимум и минимум функции в задаче оптимизации без ограничений.	Самостоятельная работа	7	10	ОПК-3 ОПК-1
2.8	«Нелинейные задачи оптимизации в Rn» Условия оптимума первого и второго порядка. Квадратичные формы и определенность.	Самостоятельная работа	7	10	ОПК-3 ОПК-1

Раздел 3. «Задачи оптимизации с ограничениями и квадратичное программирование»

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
3.1	«Правило множителей Лагранжа» Задачи оптимизации с ограничениями типа равенств и правило множителей Лагранжа для функций нескольких переменных. Условие регулярности. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Применение метода Лагранжа к задаче о выборе оптимального портфеля ценных бумаг (модель Тобина	Лекционные занятия	7	2	ОПК-3 ОПК-1
3.2	«Задача с ограничениями в виде равенств и неравенств» Схема	Практические	7	2	ОПК-3

	решения конечномерной задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств.	занятия			ОПК-1
3.3	«Квадратичное программирование» Квадратичное программирование. Характеристика решений. Случай отрицательной определенности квадратичной формы. Способы преобразования задач квадратичного программирования. Двойственность в квадратичном программировании.	Самостоятельная работа	7	10	ОПК-3 ОПК-1
3.4	«Правило множителей Лагранжа» Задачи оптимизации с ограничениями в виде равенств и правило множителей Лагранжа для функций нескольких переменных. Условие регулярности. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Применение метода Лагранжа к задаче о выборе оптимального портфеля ценных бумаг (модель Тобина).	Самостоятельная работа	7	11	ОПК-3 ОПК-1
3.5	«Теорема Куна-Таккера» Ограничения в виде неравенств и теорема Куна-Таккера. Условие регулярности.	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1
3.6	«Задача с ограничениями в виде равенств и неравенств» Решение конечномерной задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств.	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1
3.7	«Квадратичное программирование» Характеристика решений. Случай отрицательной определенности квадратичной формы.	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1
3.8	«Квадратичное программирование» Способы преобразования задач квадратичного программирования. Двойственность в квадратичном программировании.	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1

Раздел 4. «Численные методы оптимизации»

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
4.1	«Методы одномерной оптимизации» Общие сведения о численных методах оптимизации: порядок метода, схемы выбора шага, понятие сходимости метода. Методы одномерной минимизации: использование свойства унимодальности функции, методы пассивного поиска, методы дихотомии и золотого сечения.	Лекционные занятия	7	2	ОПК-3 ОПК-1
4.2	«Методы одномерной оптимизации» Методы одномерной минимизации с учетом свойства унимодальности функции. Выполнение практического задания с помощью LibreOffice.	Практические занятия	7	2	ОПК-3 ОПК-1
4.3	«Методы типа спуска» Методы типа спуска минимизации функций многих переменных. Градиентный метод минимизации функции: общая схема метода, способы выбора длины шага.	Самостоятельная работа	7	8	ОПК-3 ОПК-1
4.4	«Метод наискорейшего спуска» Применение метода наискорейшего спуска к задаче минимизации квадратичной функции. Алгоритм метода.	Самостоятельная работа	7	8	ОПК-3 ОПК-1
4.5	«Метод Ньютона» Метод Ньютона: общая схема метода, способы выбора длины шага. Алгоритм метода.	Самостоятельная работа	7	8	ОПК-3 ОПК-1
4.6	«Методы нулевого порядка» Методы минимизации функций многих переменных, не использующие значений производных. Метод прямого поиска (покоординатный спуск, метод Хука и Дживса). Преимущества и недостатки. Схема метода.	Самостоятельная работа	7	8	ОПК-3 ОПК-1
4.7	«Методы одномерной минимизации» Методы одномерной минимизации: методы пассивного поиска, методы дихотомии и золотого сечения.	Самостоятельная работа	7	8	ОПК-3 ОПК-1
4.8	«Методы сопряженных направлений» Методы сопряженных направлений. Применение к задаче минимизации квадратичной функции. Метод сопряженных градиентов.	Самостоятельная работа	7	8	ОПК-3 ОПК-1
4.9	«Методы условной оптимизации» Методы решения задач условной оптимизации. Метод условного градиента и проекции градиента. Решение примеров.	Самостоятельная работа	7	8	ОПК-3 ОПК-1
4.10	«Метод возможных направлений» Отличия, преимущества и недостатки метода возможных направлений. Решение примеров.	Самостоятельная работа	7	8	ОПК-3 ОПК-1
4.11	«Задачи многомерной оптимизации» Сравнение эффективности работы встроенных программ при решении задач условной и безусловной оптимизации.	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1
4.12	«Решение задач оптимизации геометрического содержания» Составление модели, выбор параметров, поиск решений.	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1
4.13	«Решение задач оптимизации в Calc (из программных средств пакета LibreOffice) и Scilab»	Самостоятельная работа	7	16	ОПК-3 ОПК-1
4.14	«Особенности динамических задач оптимизации»	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1
4.15	«Сведение задачи оптимизации многошаговой системы к задаче математического программирования»	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1
4.16	«Специальные задачи линейного программирования».	Самостоятельная работа	7	6	ОПК-3 ОПК-1
4.17	«Методы графического, аналитического численного решения	Самостоятельная	7	16	ОПК-3

	оптимизационных задач нелинейного программирования, возникающих при решении задач логистики, планировании производства, потребления, конкуренции и экономического роста»	работа			ОПК-1
4.18	Курсовая работа. Перечень тем представлен в Приложении 1. Подготовка курсовой работы осуществляется с использованием пакета прикладных программ LibreOffice.	Самостоятельная работа	7	36	ОПК-3 ОПК-1
4.19	Подготовка к промежуточной аттестации	Экзамен	7	9	ОПК-3 ОПК-1

4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Структура и содержание фонда оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в Приложении 1 к рабочей программе дисциплины.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Учебные, научные и методические издания

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Библиотека / Количество
1	Мастяева, И. Н., Семенихина, О. Н.	Методы оптимизации. Линейные и нелинейные методы и модели в экономике: учебное пособие	Москва: Евразийский открытый институт, 2011	ЭБС «IPR SMART»
2		Студент. Аспирант. Исследователь: всероссийский научный журнал: журнал	Владивосток: Эксперт-Наука, 2020	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
3	Крутиков В. Н., Мешечкин В. В.	Методы оптимизации: учебное пособие	Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2019	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
4	Гребенникова И. В.	Методы оптимизации: учебное пособие	Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2017	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»

5.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

ИСС "Гарант" https://internet.garant.ru
Федеральная государственная служба статистики https://rosstat.gov.ru/ (свободный доступ)
Общероссийский математический портал http://www.mathnet.ru/ (свободный доступ)

5.3. Перечень программного обеспечения

Операционная система РЕД ОС
Свободно распространяемый офисный пакет LibreOffice
Scilab

5.4. Учебно-методические материалы для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости по заявлению обучающегося с ограниченными возможностями здоровья учебно-методические материалы предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям здоровья и восприятия информации. Для лиц с нарушениями зрения: в форме аудиофайла; в печатной форме увеличенным шрифтом. Для лиц с нарушениями слуха: в форме электронного документа; в печатной форме. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в форме электронного документа; в печатной форме.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Помещения для всех видов работ, предусмотренных учебным планом, укомплектованы необходимой специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения:
- столы, стулья;
- персональный компьютер / ноутбук (переносной);
- проектор;
- экран / интерактивная доска.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по освоению дисциплины представлены в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

Приложение 1

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

1.1 Показатели и критерии оценивания компетенций:

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности			
Знать - базовые основы естественных наук, математики и информатики для развития способности применять фундаментальные знания в профессиональной деятельности	ответы на экзаменационные вопросы, решение индивидуальных и контрольных заданий, выполнение курсовой работы	полнота и содержательность ответа на экзамене и курсовой работы, соответствие ответов материалу, содержащемся в изученной литературе	Вопросы к экзамену (1-42), контрольные задания (1-2), индивидуальные задания (1-2), курсовая работа (1-25)
Уметь - применять знания естественных наук, математики и информатики для развития способности применять фундаментальные знания в профессиональной деятельности	решение индивидуальных и контрольных заданий, выполнение курсовой работы	правильность решения заданий, выполненной курсовой работы	Практические задания к экзамену (1-10), контрольные задания (1-2), индивидуальные задания (1-2), курсовая работа (1-25)
Владеть - способностью применять фундаментальные знания в области математики в профессиональной деятельности	решение практических и контрольных заданий	правильность решения заданий, выполненной курсовой работы, обоснованность применения различных методик расчетов и	Практические задания к экзамену (1-10), контрольные задания (1-2), индивидуальные задания (1-2), курсовая работа (1-25)
ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности			
Знать - математические методы оптимизации и системы программирования для решения прикладных задач; принципы работы современных информационных технологий в выбранной области деятельности для решения профессиональных задач; постановки задач линейной и нелинейной оптимизации, численные методы математического программирования, алгоритмы и программное обеспечение по тематике проводимых научно-исследовательских проектов	ответы на экзаменационные вопросы, решение индивидуальных и контрольных заданий, выполнение курсовой работы	полнота и содержательность ответа на экзамене и курсовой работы, соответствие ответов материалу, содержащемся в изученной литературе	Вопросы к экзамену (1-42), контрольные задания (1-2), индивидуальные задания (1-2), курсовая работа (1-25)
Уметь - применять математические методы оптимизации и системы программирования для решения прикладных задач; использовать принципы работы современных информационных технологий в выбранной области деятельности для решения профессиональных задач; делать постановки задач линейной и нелинейной оптимизации, проводить вычисления задач математического программирования, использовать алгоритмы и программное обеспечение по тематике проводимых научно-исследовательских проектов	решение индивидуальных и контрольных заданий, выполнение курсовой работы	правильность решения заданий, выполненной курсовой работы	Практические задания к экзамену (1-10), контрольные задания (1-2), индивидуальные задания (1-2), курсовая работа (1-25)
Владеть - навыками проверки адекватности оптимизационных моделей, анализа и интерпретации результатов в ходе решения прикладных задач; навыками применения математического аппарата при разработке вычислительных алгоритмов решения оптимизационных задач	решение практических и контрольных заданий	правильность решения заданий, выполненной курсовой работы, обоснованность применения различных методик расчетов и	Практические задания к экзамену (1-10), контрольные задания (1-2), индивидуальные задания (1-2), курсовая работа (1-25)

1.2 Шкалы оценивания:

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация осуществляется в рамках накопительной балльно-рейтинговой системы в 100-балльной шкале.

84-100 баллов (оценка «отлично»)

67-83 баллов (оценка «хорошо»)

50-66 баллов (оценка «удовлетворительно»)

0-49 баллов (оценка «неудовлетворительно»)

2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы к экзамену

1. Постановка задачи оптимизации. Понятие локального и глобального минимумов. Классификация задач оптимизации. Примеры задач оптимизации.
2. Постановка и формы записи задачи линейного программирования.
3. Примеры задач линейного программирования в экономике.
4. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования (постановка задачи, алгоритм решения, пример).
5. Симплекс метод: обоснование метода, пример применения.
6. Симплекс метод в случае отсутствия решений: обоснование метода, пример применения.
7. Поиск начального базиса задачи линейного программирования.
8. Основное неравенство теории двойственности. Теорема о существовании прямого и двойственного решений.
9. Экономическая интерпретация двойственной задачи. Применение теории двойственности. Малое изменение количества ресурсов.
10. Двойственные оценки как внутренние цены: задача о максимизации прибыли от производства и продажи ресурсов.
11. Транспортная задача. Общая постановка. Открытая и закрытая транспортная задача. Задача двойственная транспортной задаче.
12. Поиск допустимого решения: метод северо-западного угла. Пример.
13. Проверка оптимальности допустимого решения: обоснование метода. Улучшение неоптимального плана перевозок (определение цикла перераспределения, пример).
14. Задача параметрического линейного программирования.
15. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Р. Беллмана. Уравнение Беллмана
16. Решение задачи о распределении инвестиций методом динамического программирования
17. Определение выпуклого множества. Теоремы о выпуклости пересечения и суммы выпуклых множеств с произвольными коэффициентами.
18. Выпуклая комбинация точек. Теорема о выпуклой комбинации точек выпуклого множества.
19. Лемма о выпуклости множества всех выпуклых комбинаций точек произвольного множества.
20. Выпуклая оболочка множества. Теорема о выпуклой оболочке множества. Критерий выпуклости множества.
21. Определение выпуклой функции. Необходимое и достаточное условие выпуклости собственной функции. Теорема о выпуклости эффективной области выпуклой функции.
22. Теорема о выпуклости выпуклой комбинации двух выпуклых функций.
23. Неравенство Йенсена. Теорема о максимуме выпуклых функций. Теоремы о суперпозиции выпуклых функций.
24. Критерий выпуклости дважды непрерывно дифференцируемой функции. Достаточное условие выпуклости.
25. Нелинейные задачи оптимизации в R^n. Максимум и минимум функции без ограничений. Определение, формулировки условий оптимальности. Теорема Вейерштрасса существования решений.
26. Нелинейные задачи оптимизации. Постановка задачи, геометрический метод решения: пример.
27. Метод множителей Лагранжа для решения классической задачи оптимизации: обоснование метода, пример.
28. Условия первого и второго порядка. Квадратичные формы и определенность.
29. Функция Лагранжа. Теорема о достаточных условиях абсолютного минимума в задачах условной оптимизации.
30. Понятие регулярной задачи оптимизации. Условие регулярности и его геометрический смысл.
31. Применение метода Лагранжа к задаче о выборе оптимального портфеля ценных бумаг.
32. Теорема Куна-Таккера. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.
33. Достаточное условие оптимальности функции Лагранжа.

34. Общие сведения о численных методах оптимизации: порядок метода, схемы выбора шага, понятие сходимости метода. Классификация численных методов оптимизации.
35. Методы одномерной минимизации: использование свойства унимодальности функции, методы дихотомии и золотого сечения.
36. Градиентный метод минимизации функции: общая схема метода, способы выбора длины шага. Применение к задаче минимизации квадратичной функции. Алгоритм метода.
37. Метод Ньютона решения задач безусловной оптимизации. Модификации метода Ньютона.
38. Метод прямого поиска (покоординатный спуск, метод Хука и Дживса). Преимущества и недостатки. Способы выбора шага по направлению. Схема метода.
39. Методы сопряженных направлений. Применение к задаче минимизации квадратичной функции. Метод сопряженных градиентов.
40. Метод условного градиента и проекции градиента. Основной алгоритм метода.
41. Метод возможных направлений. Отличия, преимущества и недостатки. Алгоритмическая структура метода.
42. Метод штрафных функций для решения задач условной оптимизации.

Практические задания к экзамену

1. Фирма, выпускающая трикотажные изделия, использует для производства продукции два вида сырья. Данные приведены в таблице:

Сырье	Затраты на единицу продукции, кг			Запасы сырья, кг
	Свитер	Пуловер	Костюм	
Чистая шерсть	0,4	0,2	0,8	160
Силон	0,2	0,1	0,2	60
Прибыль за изделие, ден. ед.	16	15	22	

Записать в математической форме условия выпуска готовой продукции, если сырье расходуется полностью, а прибыль должна быть максимальной. Решить задачу графическим способом

2. Симплексным методом найти наибольшее значение функции $f = 3x_1 + 4x_2$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 4 \\ x_1 + x_2 \le 3 \\ 2x_1 + x_2 \le 8 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$$

3. Составить двойственную задачу, решить графическим методом

$$f = 26 + 9x_2 + 3x_3 \to min$$
$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 2 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 \ge 1 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0$$

4. Составить двойственную задачу и решить ее симплексным методом

$$z = 2x_1 + x_2 + 5x_3 \to min$$
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \ge -4 \\ x_1 - 5x_2 + x_3 \ge 5 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 \ge 6 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0$$

5. Найти оптимальный план перевозок, обеспечивающий их наименьшую стоимость. Условие задачи задано таблично:

Заводы	Тариф (ден. ед./ тыс. шт.)			Запасы на складах
	1	2	3	
A	5	2	3	30
B	1	2	1	35
C	4	1	5	60
Запросы потребителей	25	40	60	

6. Динамическая задача распределения инвестиций. Производственное объединение состоит из четырех предприятий ($n = 4$). Общая сумма капитальных вложений равна 700 млн рублей ($b = 700$), выделяемые предприятиям суммы кратны 100 млн рублей. Если j-тое предприятие получает инвестиции в объеме ξ млн рублей, то прирост годовой прибыли на этом предприятии составит $f_j(\xi)$ млн рублей в год ($j = 1,2,3,4$). Значения функций $f_j(\xi)$ известны и для каждого варианта компактно записаны в следующем виде:

$f_1(0)$ $f_1(100)$ $f_1(200)$ $f_1(300)$ $f_1(400)$ $f_1(500)$ $f_1(600)$ $f_1(700)$
$f_2(0)$ $f_2(100)$ $f_2(200)$ $f_2(300)$ $f_2(400)$ $f_2(500)$ $f_2(600)$ $f_2(700)$
$f_3(0)$ $f_3(100)$ $f_3(200)$ $f_3(300)$ $f_3(400)$ $f_3(500)$ $f_3(600)$ $f_3(700)$
$f_4(0)$ $f_4(100)$ $f_4(200)$ $f_4(300)$ $f_4(400)$ $f_4(500)$ $f_4(600)$ $f_4(700)$

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
$f(x) = f(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2 - 3$ в области $X: 0 \le x_1 \le 1, 0 \le x_2 \le 1, x_1 + x_2 \le 1$
8. Совершить один шаг градиентного спуска из точки $x^{(0)}$ с шагом α и сравнить значения $f(x^{(0)})$ и $f(x^{(1)})$:
$f(x) = f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 + e^{x_1 x_2}, x^{(0)} = (1,1), \alpha = 0.1$
9. Минимизировать функцию $f(x) = f(x_1, x_2) = 7x_1^2 + 2x_1x_2 + 5x_2^2 + x_1 - 10x_2$ методом сопряженных градиентов, заканчивая вычисления при

$$\left|\frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial x_i}\right| \le 0.01, i = 1,2.$$

10. Минимизировать функцию $f(x) = f(x_1, x_2) = 7x_1^2 + 2x_1x_2 + 5x_2^2 + x_1 - 10x_2$ с помощью одной итерации метода Ньютона

Максимальное количество баллов – 100.
Экзаменационный билет включает 2 теоретических вопроса из перечня вопросов к экзамену и 1 задание из перечня практических заданий к экзамену.
Каждый вопрос оценивается отдельно, максимально в **20 баллов.**
Максимальное количество баллов за ответы на теоретические вопросы – **40 баллов**. Критерии оценивания отдельного вопроса:

17-20 баллов	изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с поставленной программой курса целью обучения; грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой
14-16 баллов	наличие твердых и достаточно полных знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с целью обучения, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, обучающийся усвоил основную литературу, рекомендованную в рабочей программе дисциплины
11-13 баллов	наличие твердых знаний в объеме пройденного курса в соответствии с целью обучения, изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов
0-10 баллов	ответы не связаны с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы

Практическое задание оценивается максимально в **60 баллов.** Критерии оценивания задания:

51-60 баллов	задание выполнено в полном объеме; обучающийся демонстрирует уверенные действия в процессе решения
41-50 баллов	задание выполнено в полном объеме, но с небольшими погрешностями; обучающийся демонстрирует правильные действия в процессе решения
31-40 баллов	задание выполнено частично; при решении продемонстрированы в целом правильные действия
0-30 баллов	задание не выполнено или выполнено частично, с грубыми ошибками; обучающийся демонстрирует неумение применять полученные знания и навыки при решении конкретных заданий

Общие критерии оценивания:

84-100 баллов (оценка «отлично»)	Ответы обучающегося на оба теоретических вопроса фактически верны, изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с поставленной программой курса целью обучения; грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой. Практическое задание выполнено верно, обучающийся демонстрирует правильные, уверенные действия по применению полученных навыков и умений при решении задания.
67-83 баллов (оценка «хорошо»)	Даны ответы на оба теоретических вопроса; обучающийся демонстрирует наличие твердых и достаточно полных знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с целью обучения, четко излагает материал. В ответе допускаются

	отдельные логические и стилистические погрешности, обучающийся усвоил основную литературу, рекомендованную в рабочей программе дисциплины. Практическое задание выполнено, но с небольшими погрешностями; обучающийся демонстрирует правильные действия по применению навыком и умений при решении задания.
50-66 баллов (оценка «удовлетворительно»)	При ответе на оба теоретических вопроса обучающийся демонстрирует наличие твердых знаний в объеме пройденного курса в соответствии с целью обучения, изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов. Практическое задание выполнено частично; при решении продемонстрированы в целом правильные действия по применению навыков и умений при решении практико-ориентированных заданий
0-49 баллов (оценка «неудовлетворительно»)	Ответы обучающегося не связаны с вопросами, в ответе присутствуют грубые ошибки, непонимание сущности излагаемого вопроса, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы Задание не выполнено или выполнено частично, с грубыми ошибками; обучающийся демонстрирует неумение применять полученные знания и навыки при решении конкретных заданий

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Контрольное задание 1

В Задачах 1-3 необходимо подставить значение а – последняя цифра номера зачетки или студенческого - или устанавливается преподавателем.

Задача 1. Найти локальные решения

$$Q(X) = x_1{}^2 - x_2{}^2 - (a+1)x_1 + 6x_2 \to \max, \quad X \in R^2.$$

Задача 2. Решить симплекс-методом задачи линейного программирования: $x_i \geq 0, i = 1,2,3.$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

$$z = (a+1)x_1 + 2x_2 - x_3 \to \max$$

Задача 3. Определить локальные минимумы и максимумы функции $Q(X)$ при выполнении ограничения $g(X) = 0.$

$$Q(X) = x_1{}^2 + x_2{}^2 \quad g(X) = (a+1)x_1 + x_2 - 1$$

Контрольное задание 2

В задачах 1, 2 необходимо подставить значение а – последняя цифра номера зачетки или студенческого - или устанавливается преподавателем.

Задача 1. Поставить к данной задаче двойственную задачу. Решить обе в симплекс-таблицах. Одну из них решить графическим методом, другую с использованием теорем двойственности:

$$z = (a+1)5x_1 + 2x_2 - 1 \to \max$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 \leq 15, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 39, \\ 3x_1 - x_2 \leq 24 \\ x_j \geq 0, \ j = 1,2. \end{cases}$$

Задача 2. Решить транспортную задачу.

Запасы: $a_1 = 80+a$, $a_2 = 70$, $a_3 = 100$. Потребности: $в_1 = 50 + a$, $в_2 = 90$, $в_3 = 100$.

Матрица тарифов: $C = \begin{bmatrix} 3 & 8 & 4 \\ 5 & 11 & 7 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$

Критерии оценивания:
Максимальное количество баллов – 50 баллов
За выполнение каждого задания обучающийся может получить до **10 баллов**

9-10 баллов	Задание выполнено верно
7-8 баллов	При выполнении задания были допущены неточности, не влияющие на результат
5-6 баллов	При выполнении задания были допущены ошибки
1-4 балла	При выполнении задания были допущены существенные ошибки
0 баллов	Задание не выполнено

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

Индивидуальное задание 1

Вариант задания определяется последней цифрой номера зачетки или студенческого - или устанавливается преподавателем.

Найти решения задачи минимизации функции одной переменной f(x) с ограничениями на независимую переменную и задачи минимизации функции F(x) без ограничений

№ п/п	Функция *f(x)*	Отрезок [a,b]	Функция*F(x)*
1	$f(x)=x/\ln x$	[1.2;4]	$F(x)=\arctan(x-2)-\frac{x}{3}$
2	$f(x)=x-2\sin x$	[0;π/2]	$F(x)=(x+3)e^{-\frac{1}{x^2-2x+2}}$
3	$f(x)=(x^2-1)/(x^2+1)$	[-2;2]	$F(x)=x-5\sin\frac{1}{(x-1)^2+1}$
4	$f(x)=3x^4-4x^3+12x^2+1$	[-2;2]	$F(x)=\ln(x^2+3x+3)(\ln(x^2+3x+4)-4)$
5	$f(x)=x-2\ln x$	[1;3]	$F(x)=e^x+e^{-x-1}-3x^2+1$
6	$f(x)=e^x\cos x$	[π;3π/2]	$F(x)=0.01x+\cos(\arctan(x^2-2x+3)+1.9)$
7	$f(x)=(1-x+x^2)/(1+x-x^2)$	[0;1]	$F(x)=\cos(\arctan(x^2-2x+3)+1.9)$
8	$f(x)=-\sqrt{2x-x^2}$	[0;2]	$F(x)=e^{0.05x-1}+\frac{x}{(x-1)^2+1}$
9	$f(x)=(x-2)^5(2x+1)^4$	[-0.5;1.5]	$F(x)=\frac{x^2+1}{x^2+2x+2(e^x+e^{-x})}$
10	$f(x)=e^{-1/x^2}$	[-0.5;0.5]	$F(x)=\frac{x^4+1}{(x-1)^4+20e^{-x^2}}$

Индивидуальное задание 2

Вариант задания определяется последней цифрой номера зачетки или студенческого - или устанавливается преподавателем.
Найти и вывести на печать координаты и минимальное значение функции двух переменных, используя процедуры *fminsearch*и или *fminunc* (в пакете MATLAB). Поиск начать с точки $M_0(x_0,y_0)$. Сравнить полученные результаты

№ п/п	Функция *f(x,y)*	Координаты начальной точки $M_0(x_0,y_0)$
1	$(2x^2-y-3)^2+x^2+2x+2$	(1;1)
2	$(xy+2)^2+y^2+2y+4$	(2;2)
3	$(x^2y^2-y+2)^2+x^2+1$	(2;2)

4	$(3x^2+2y^2-1)^2+(xy-3)^2$	(2;2)
5	$(2x^2-7y^2-2)^2+(x^2+y^2-20)^2+3$	(2;2)
6	$(x^2+y^2-2x-3)^2+(x^2+y^2-2y-3)^2$	(2;2)
7	$(x^2-6x+y^2+8)^2+x^2y^2+1$	(2;2)
8	$(x^2-y+2)^2+(x-y+3)^2$	(2;2)
9	$\ln(1+x^2+y^2)^2+(x-y-1)^2$	(2;2)
10	$(x^2+y^2-1)^2+(x^2-6x+y^2+8)^2$	(2;2)

Критерии оценивания:
Максимальное количество баллов – 50 баллов
За выполнение каждого индивидуального задания обучающийся может получить до **25 баллов**

25 баллов	Все задания выполнены верно
20-24 баллов	При выполнении заданий были допущены неточности, не влияющие на результат
11-19 баллов	При выполнении заданий были допущены ошибки
1-10 баллов	При выполнении заданий были допущены существенные ошибки
0 баллов	Задание не выполнено

Темы курсовых работ

1. Графический метод решения задачи линейного программирования
2. Решение оптимизационной задачи линейного программирования
3. Применение симплекс-метода при решении экономических задач
4. Решение задачи линейного программирования симплекс-методом
5. Применение алгоритмов оптимизации для решения производственной задачи
6. Распределительная задача с однородными ресурсами
7. Методы одномерной нелинейной оптимизации.
8. Методы линейного программирования.
9. Методы целочисленной оптимизации.
10. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. Пример решения простейшей задачи линейного программирования на основе ее геометрической интерпретации.
11. Метод ветвей и границ в задачах целочисленного программирования. Пример постановки и решения задачи методом ветвей и границ.
12. Метод отсечения в задаче целочисленного программирования.
13. Методы динамического программирования в задачах целочисленного программирования.
14. Метод динамического программирования и использование его в решении задач теории управления.
15. Принцип оптимальности Беллмана. Использование принципа оптимальности Беллмана в решении задач оптимизации.
16. Постановка задачи теории управления. Методы решения задач теории управления.
17. Использование принципа оптимальности Беллмана при решении задачи о кратчайшем пути.
18. Пример постановки и решения задачи о распределении ресурсов с помощью метода динамического программирования.
19. Постановка и решение задачи о критическом пути на основе принципа оптимальности Беллмана.
20. Постановка задачи вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Частные случаи уравнения Эйлера.
21. Методы решения задач на условный экстремум в вариационном исчислении.
22. Разработка алгоритма поиска минимума функции двух переменных методом покоординатного спуска.
23. Разработка алгоритма поиска минимума функции двух переменных методом наискорейшего спуска.
24. Разработка алгоритма поиска нулей функции одной переменной методом Ньютона.
25. Разработка алгоритма поиска нулей функции одной переменной методом секущих

Курсовая работа состоит из введения, трех глав, заключения и библиографического списка. Преподаватель со

студентом определяют одну из тем для выполнения курсовой работы.

Критерии оценивания:

84-100 баллов (оценка «отлично»)	изложенный материал фактически верен, цели и задачи соответствуют поставленным, наличие глубоких исчерпывающих знаний в области изучаемого вопроса, грамотное и логически стройное изложение материала, широкое использование дополнительной литературы, демонстрация основных компетенций
67-83 баллов (оценка «хорошо»)	выставляется при наличии у обучающегося твердых и достаточно полных знаний в рамках поставленного вопроса; правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала; допускаются отдельные логические и стилистические погрешности
50-66 баллов (оценка «удовлетворительно»)	выставляется при наличии у обучающегося твердых знаний в рамках поставленного вопроса, изложение ответов с отдельными ошибками, исправленных после замечаний научного руководителя; правильные в целом действия по применению знаний на практике
0-49 баллов (оценка «неудовлетворительно»)	работа логически не закончена, цели не достигнуты, обучающийся не понимает сущности излагаемого материала, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные вопросы

3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедуры оценивания включают в себя текущий контроль и промежуточную аттестацию.

Текущий контроль успеваемости проводится с использованием оценочных средств, представленных в п. 2 данного приложения. Результаты текущего контроля доводятся до сведения студентов до промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и защиты курсовой работы.

Экзамен проводится по расписанию промежуточной аттестации в письменном виде. Количество вопросов в задании – 3. Проверка ответов и объявление результатов производится в день экзамена. Результаты аттестации заносятся в ведомость и зачетную книжку студента. Студенты, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.

Защита курсовой работы проводится по расписанию промежуточной аттестации.

Приложение 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебным планом предусмотрены следующие виды занятий:

- лекции;
- практические занятия.

В ходе лекционных занятий рассматриваются основные понятия оптимизации и методы оптимизации, даются рекомендации для выполнения курсовой работы и самостоятельной работы и подготовке к практическим занятиям и решению контрольных заданий.

В ходе практических занятий углубляются и закрепляются знания студентов по ряду рассмотренных на лекциях вопросов, развиваются навыки решения оптимизационных задач по различным темам курса. При подготовке к практическим занятиям каждый студент должен:

- изучить рекомендованную учебную литературу;
- изучить конспекты лекций;
- подготовить ответы на все вопросы по изучаемой теме.

В процессе подготовки к практическим занятиям студенты могут воспользоваться консультациями преподавателя.

Вопросы, рассмотренные на лекциях и практических занятиях, должны быть изучены и проработаны студентами в ходе самостоятельной работы. Контроль самостоятельной работы студентов над учебной программой курса осуществляется в ходе выполнения контрольных и индивидуальных занятий . В ходе самостоятельной работы каждый студент обязан прочитать основную и по возможности дополнительную литературу по изучаемой теме.

Для подготовки к занятиям, текущему контролю и промежуточной аттестации студенты могут воспользоваться электронно-библиотечными системами. Также обучающиеся могут взять на дом необходимую литературу на абонементе университетской библиотеки или воспользоваться читальными.