

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Макаренко Елена Николаевна

Должность: Ректор

Дата подписания: 27.12.2024 11:03:40

Уникальный программный ключ:

c098bc0c1041cb2a4cf926cf171d6715d99a6ae00adc8e27b55cbe1e2dbd7c78

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)»

УТВЕРЖДАЮ

Начальник

учебно-методического управления

Платонова Т.К.

«25» июня 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины  
Дифференциальные уравнения**

Направление 01.03.02 "Прикладная математика и информатика"

Направленность 01.03.02.02 "Математическое и программное обеспечение систем  
искусственного интеллекта"

Для набора 2023 года

Квалификация  
Бакалавр

**КАФЕДРА      Прикладная математика и технологии искусственного интеллекта****Распределение часов дисциплины по семестрам**

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	4 (2.2)		Итого	
	16			
Неделя	16			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	8	8	8	8
Практические	8	8	8	8
Итого ауд.	16	16	16	16
Контактная работа	16	16	16	16
Сам. работа	155	155	155	155
Часы на контроль	9	9	9	9
Итого	180	180	180	180

**ОСНОВАНИЕ**

Учебный план утвержден учёным советом вуза от 25.06.2024 г. протокол № 18.

Программу составил(и): ст.преп., Босова В.В.; Д.ф.-м.н., профессор, Сахарова Л.В.

Зав. кафедрой: к.э.н, доц. Рутга Н.А.

Методический совет направления: д.э.н., профессор Тищенко Е.Н.

### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	сформировать у обучающихся теоретические и практические навыки, необходимые для применения математических методов в профессиональной деятельности и в исследованиях в области моделирования; дать студентам базовые знания по теории дифференциальных и разностных уравнений, необходимые для решения научных и прикладных задач.
-----	---

### 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**ОПК-2:** Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

**ОПК-1:** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

#### В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:**

- основные математические структуры и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей и математической статистики (соотнесено с индикатором ОПК-1.1).
- основные математические методы при построении сложных программных систем (соотнесено с индикатором ОПК-2.1)

**Уметь:**

- выбирать основные методы фундаментальной и прикладной математики для решения профессиональных задач (соотнесено с индикатором ОПК-1.2).
- применять современные системы программирования для реализации алгоритмов решения прикладных задач (соотнесено с индикатором ОПК-2.2)

**Владеть:**

- навыками проверки адекватности моделей, анализа и интерпретации результатов (соотнесено с индикатором ОПК-1.3).
- навыками применения математического аппарата при разработке вычислительных алгоритмов решения прикладных задач (соотнесено с индикатором ОПК-2.3)

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка

№	Наименование темы / Вид занятия	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература
1.1	Тема 1.1 «Понятие дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям». Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка: формы записи, общее решение. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Геометрическая интерпретация. Задача Коши: существование и единственность решения. / Лек /	4	2	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
1.2	Тема 1.1 «Понятие дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям». Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка: формы записи, общее решение. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Геометрическая интерпретация. Задача Коши: существование и единственность решения. / Пр /	4	2	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
1.3	Тема 1.1 «Понятие дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям». Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка: формы записи, общее решение. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Геометрическая интерпретация. Задача Коши: существование и единственность решения. / Ср /	4	10	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
1.4	Тема 1.2 «Дифференциальные уравнения первого порядка». Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные	4	2	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3

	уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные и приводящиеся к ним уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. / Лек /				
1.5	Тема 1.2 «Дифференциальные уравнения первого порядка». Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные и приводящиеся к ним уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. / Пр /	4	2	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
1.6	Тема 1.2 «Дифференциальные уравнения первого порядка». Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные и приводящиеся к ним уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. / Ср /	4	16	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
1.7	Тема 1.3 Задача Коши для ДУ 1-го порядка. Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши. Теорема Банаха о сжимающем отображении. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений первого порядка и систем уравнений первого порядка. / Ср /	4	16	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3

### Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков

№	Наименование темы / Вид занятия	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература
2.1	Тема 2.1 «Дифференциальные уравнения высших порядков». Понятие дифференциального уравнения порядка $n$ ( $n > 1$ ). Существование и единственность решения задачи Коши для уравнений высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. / Лек /	4	2	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
2.2	Тема 2.1 «Дифференциальные уравнения высших порядков». Понятие дифференциального уравнения порядка $n$ ( $n > 1$ ). Существование и единственность решения задачи Коши для уравнений высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Решение задач с применением пакета LibreOffice. / Пр /	4	2	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
2.3	Тема 2.1 «Дифференциальные уравнения высших порядков». Понятие дифференциального уравнения порядка $n$ ( $n > 1$ ). Существование и единственность решения задачи Коши для уравнений высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. / Ср /	4	14	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
2.4	Тема 2.2 «Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка». Линейная независимость функций, определитель Вронского. Линейное однородное дифференциальное уравнение $n$ -го порядка: фундаментальная система решений, общее решение. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение $n$ -го порядка: структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Интегрирование линейных уравнений при помощи рядов. / Ср /	4	14	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
2.5	Тема 2.3 «Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами» Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. / Ср /	4	13	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3

### Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений

№	Наименование темы / Вид занятия	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература
3.1	Тема 3.1 «Системы дифференциальных уравнений» Системы дифференциальных уравнений: основные понятия. Существование и единственность решения. Интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений. Система дифференциальных уравнений в симметрической форме. / Лек /	4	2	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3

3.2	Тема 3.1 «Системы дифференциальных уравнений» Системы дифференциальных уравнений: основные понятия. Существование и единственность решения. Интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений. Система дифференциальных уравнений в симметрической форме. / Пр /	4	2	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
3.3	Тема 3.1 «Системы дифференциальных уравнений» Системы дифференциальных уравнений: основные понятия. Существование и единственность решения. Интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений. Система дифференциальных уравнений в симметрической форме. / Ср /	4	18	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
3.4	Тема 3.2 «Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами» Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных. / Ср /	4	18	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
<b>Раздел 4. Разностные схемы</b>					
№	Наименование темы / Вид занятия	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература
4.1	Тема 4.1 «Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем, точки покоя» Динамические системы. Свойства решений. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость линейных систем. Точки покоя, исследование траекторий в окрестности точки покоя. Исследование на устойчивость по первому приближению / Ср /	4	16	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
4.2	Тема 4.2 «Разностные уравнения» Классификация систем конечно-разностных уравнений. Линейные и нелинейные системы. Определение решения. Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи. / Ср /	4	20	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3
4.3	/ Экзамен /	4	9	ОПК-2, ОПК-1	Л1.1, Л1.2, Л2.1, Л2.2, Л2.3

#### 4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Структура и содержание фонда оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации представлены в Приложении 1 к рабочей программе дисциплины.

#### 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 5.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л1.1	Акчурина, Л. В., Глазкова, М. Ю., Каверина, В. К.	Математический анализ: учебное пособие	Воронеж: Воронежский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2019	<a href="https://www.iprbookshop.ru/93324.html">https://www.iprbookshop.ru/93324.html</a> неограниченный доступ для зарегистрированных пользователей
Л1.2	Власов, В. В., Митрохин, С. И., Прошкина, А. В., Родионов, Т. В., Трушина, О. В.	Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения: учебное пособие	Москва: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020	<a href="https://www.iprbookshop.ru/97549.html">https://www.iprbookshop.ru/97549.html</a> неограниченный доступ для зарегистрированных пользователей

##### 5.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л2.1	Гусак А. А., Бричикова Е. А.	Основы высшей математики: пособие для студентов вузов: учебное пособие	Минск: ТетраСистемс, 2012	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=111939">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=111939</a> неограниченный доступ для зарегистрированных пользователей

	Авторы,	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л2.2	Асташова, И. В., Никишкин, В. А.	Дифференциальные уравнения. Практикум: учебное пособие	Москва: Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004	<a href="https://www.iprbookshop.ru/10751.html">https://www.iprbookshop.ru/10751.html</a> неограниченный доступ для зарегистрированных пользователей
Л2.3		Студент. Аспирант. Исследователь: всероссийский научный журнал: журнал	Владивосток: Эксперт- Наука, 2020	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=597537">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=597537</a> неограниченный доступ для зарегистрированных пользователей

### 5.3 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

ИСС "Гарант" <http://www.internet.garant.ru/>

### 5.4. Перечень программного обеспечения

Операционная система РЕД ОС  
Свободно распространяемый офисный пакет LibreOffice  
Python

### 5.5. Учебно-методические материалы для студентов с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости по заявлению обучающегося с ограниченными возможностями здоровья учебно-методические материалы предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям здоровья и восприятия информации. Для лиц с нарушениями зрения: в форме аудиофайла; в печатной форме увеличенным шрифтом. Для лиц с нарушениями слуха: в форме электронного документа; в печатной форме. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в форме электронного документа; в печатной форме.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Помещения для всех видов работ, предусмотренных учебным планом, укомплектованы необходимой специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения:

- столы, стулья;
- персональный компьютер / ноутбук (переносной);
- проектор;
- экран / интерактивная доска.

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по освоению дисциплины представлены в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**1 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

**1.1 Показатели и критерии оценивания компетенций:**

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности			
<p><b>Знать:</b> - основные математические структуры и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей и математической статистики.</p>	<p>изучает основную и дополнительную литературу, содержащую материал об основных понятиях и методах современных исследований в области дифференциальных уравнений, теории дифференциальных и разностных уравнений; методы решения дифференциальных уравнений высших порядков, для подготовки к экзамену и устному опросу</p>	<p>полнота и содержательность ответа на экзамене, устном опросе, соответствии ответов материалу, содержащемуся в изученной литературе</p>	<p>Опрос (вопросы 1-42), вопросы к экзамену (1-35)</p>
<p><b>Уметь:</b> - выбирать основные методы фундаментальной и прикладной математики для решения профессиональных задач.</p>	<p>решение практико-ориентированных и практических заданий: вычисление однородных дифференциальных уравнений и системы дифференциальных уравнений дифференциальных уравнений высших порядков, систем ДУ, разностных уравнений</p>	<p>правильность решения задач на вычисление однородных дифференциальных уравнений и системы дифференциальных уравнений; дифференциальных уравнений высших порядков, систем ДУ, разностных уравнений</p>	<p>Практические задания (1-6, 7-10) Практико-ориентированные задания к экзамену (1-13)</p>
<p><b>Владеть:</b> - навыками проверки адекватности моделей, анализа и интерпретации результатов.</p>	<p>решение практико-ориентированных и практических заданий уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные и приводящиеся к ним уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах заданий на вычисление однородных дифференциальных уравнений (линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка, однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами)</p>	<p>обоснованность применения методов для вычисления уравнений с разделяющимися переменными. Однородных уравнений первого порядка. Уравнений, приводящихся к однородным. Линейных и приводящихся к ним уравнений. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах; заданий на вычисление однородных дифференциальных уравнений (линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка, однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными</p>	<p>Практические задания (1-6, 7-10) Практико-ориентированные задания к экзамену (1-13)</p>

		коэффициентами)	
<b>ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач</b>			
<b>Знать:</b> - основные математические методы при построении сложных программных систем	изучает основную и дополнительную литературу, содержащую материал об основных инструментальных средствах и математических методах, используемых для обработки экономических данных для подготовки к экзамену и устному опросу	полнота и содержательность ответа на экзамене, устном опросе, соответствие ответов материалу, содержащемуся в изученной литературе	Опрос (вопросы 1-42), вопросы к экзамену (1-35)
<b>Уметь:</b> - применять современные системы программирования для реализации алгоритмов решения прикладных задач	решение практико-ориентированных и практических заданий: Задача Коши Уравнение Бернулли Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных Исследование на устойчивость	правильность решения задач: Задача Коши Уравнение Бернулли Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных Исследование на устойчивость	Практические задания (1-9), практико-ориентированные задания к экзамену (1-8)
<b>Владеть:</b> - навыками применения математического аппарата при разработке вычислительных алгоритмов решения прикладных задач	решение практико-ориентированных и практических заданий различными методами: Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных Исследование на устойчивость по первому приближению. Матрица Коши	обоснованность применения методов при решении дифференциальных уравнений высших порядков; Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных Исследование на устойчивость по первому приближению. Матрица Коши	Практические задания (1-9), практико-ориентированные задания к экзамену (1-8)

## 1.2 Шкалы оценивания:

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация осуществляется в рамках накопительной балльно-рейтинговой системы в 100-балльной шкале:

84-100 баллов (оценка «отлично»)

67-83 баллов (оценка «хорошо»)

50-66 баллов (оценка «удовлетворительно»)

0-49 баллов (оценка «неудовлетворительно»)

**2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### Вопросы к экзамену

1. Понятие дифференциального уравнения. Задача Коши.
2. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
3. Понятие о продолжимости решения задачи Коши.



4. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных условий.
5. Понятие об уравнениях с разделяющимися переменными и метод их решения.
6. Однородные дифференциальные уравнения.
7. Линейные дифференциальные уравнения.
8. Уравнения Бернулли.
9. Уравнения в полных дифференциалах.
10. Понятие об интегрирующем множителе и методы его отыскания
11. Уравнения Лагранжа и Клеро.
12. Дифференциальные уравнения высших порядков.
13. Задача Коши для дифференциальных уравнений высших порядков. Вопрос о существовании и единственности решения задачи Коши.
14. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
15. Однородные дифференциальные уравнения порядка  $n$  с постоянными коэффициентами.
16. Неоднородные дифференциальные уравнения порядка  $n$  с постоянными
17. коэффициентами.
18. Фундаментальная система решений дифференциального уравнения порядка  $n$ .
19. Формула Остроградского-Лиувилля
20. Понятие системы дифференциальных уравнений
21. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Общее и частное решение нормальной системы дифференциальных уравнений.
22. Первый и общий интеграл нормальной системы дифференциальных уравнений.
23. Приведение линейного дифференциального уравнения порядка  $n$  к нормальной системе дифференциальных уравнений и обратная задача.
24. Фундаментальная система решений однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
25. Интегрирование неоднородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
26. Теорема существования и единственности для нормальной системы дифференциальных уравнений.
27. Непрерывная зависимость решений систем дифференциальных уравнений от начальных данных
28. Дифференцируемость решений систем дифференциальных уравнений по начальным данным и параметрам
29. Периодические решения квазилинейных систем дифференциальных уравнений
30. Автономные системы на плоскости
31. Понятие устойчивости решения системы дифференциальных уравнений по Ляпунову.
32. Второй метод Ляпунова. Функция Ляпунова.
33. Теоремы Ляпунова и Четаева об устойчивости и неустойчивости движения.
34. Примеры применения теоремы Ляпунова.
35. Параметрический резонанс

### Практико-ориентированные задания к экзамену

1. С помощью изоклин изобразить схематически решение уравнения
 
$$2(y + y') = x + 2.$$
2. Решить уравнения, при необходимости сведя их к уравнениям с разделяющимися переменными
 
$$1. (x^3 + 2x)y^2 dy = x dx; \quad 2. dy = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} dx; \quad 3. \frac{y'}{y} = x \cos^2 y;$$
3. Решить однородные уравнения
 
$$1. x^2 y' - y^2 = 2x^2; \quad 2. xy' = y(\ln y - \ln x); \quad 3. xy dy - y^2 dx = (x + y)^2 e^{-y/x} dx;$$

$$4. y' = \frac{x + 2y - 3}{4x - y - 3}; \quad 5. (y^2 - 3x^2) dy + 2xy dx = 0, y(0) = 1.$$
4. Решить уравнения, при необходимости сведя их к линейным
 
$$1. y' + 2xy = x e^{-x^2}; \quad 2. 2y dx + (y^2 - 6x) dy = 0; \quad 3. xy' = y + x^2 \cos x;$$

4.  $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x$ ,  $y(2) = 1,5$ ; 5.  $y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x$ ,  $y(0) = 1$ .

5. Решить уравнение Бернулли

1.  $y' = x^3 y^3 - xy$ ; 2.  $xy + 2y = x^5 y$ ; 3.  $2(xy' + y) = y^2 \ln x$ ,  $y(1) = 2$ .

6. Решить уравнение в полных дифференциалах

1.  $(y + \frac{2}{x^2})dx + (x + \frac{3}{y^2})dy = 0$ ; 2.  $\frac{3x^2 + y}{y^2} dx = \frac{2x^3 + xy + 2y^3}{y^3} dy$ .

7. Решить уравнения, понизив их порядок

1.  $y'' + 2xy' = 0$ ; 2.  $(y - 1)y'' = 2(y')^2$ ;  
3.  $y''' + 3y'y'' = 0$ ; 4.  $yy'' = 2x(y')^2$ ,  $y(2) = 2$ ,  $y'(2) = 0,5$ .

8. Решить задачу Коши

1.  $3y'' - 2y' - 8y = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 2$ ; 2.  $y'' + y = 0$ ,  $y(\frac{\pi}{4}) = 2$ ,  $y'(\frac{\pi}{4}) = 1$ .

9. Найти общее решение уравнения

$2y'' + y' - y = f(x)$ ,

если

1.  $f(x) = 3x^2 - 1$ ; 2.  $f(x) = 3e^{-x}$ ; 3.  $f(x) = 2\sin x$ ; 4.  $f(x) = e^x \cos 2x$ .

10. Найти решение задачи Коши

$y'' + \frac{1}{4}y = \frac{1}{4}x$ ,  $y(\frac{\pi}{4}) = 2$ ,  $y'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$ ,

методами Лагранжа и Коши.

11. Решить систему дифференциальных уравнений методом Лагранжа

$$\begin{cases} x' = -4x + y, \\ y' = -6x + y + \frac{1}{1 + e^{2t}}. \end{cases}$$

12. Решить разными методами (или методом исключений, или методом Эйлера, или матричным методом) две системы дифференциальных уравнений  $\vec{x}' = A\vec{x}$ , где

1)  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 5$ ; 2)  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $\lambda_1 = -2$ ,  $\lambda_2 = -2$ ,  $\lambda_3 = 2$ .

Записать матрицант каждой системы и найти их фундаментальные системы решений.

13. Решить систему дифференциальных уравнений

$x'' - y'' + y' + x - 3y = 0$ ,  
 $4y'' - 2x'' - x' - 2x + 5y = 0$ .

**Критерии оценивания:**

**Максимальное количество баллов – 100.**

Экзаменационный билет включает 2 теоретических вопроса и 1 задание из перечня практико-ориентированных заданий к экзамену.

Каждый вопрос оценивается отдельно, максимально в **20 баллов**.

Максимальное количество баллов за ответы на теоретические вопросы – **40 баллов**. Критерии оценивания отдельного вопроса:

<b>17-20 баллов</b>	изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с поставленной программой курса целью обучения; грамотное и логически стройное изложение
---------------------	--

	материала при ответе, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой
<b>14-16 баллов</b>	наличие твердых и достаточно полных знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с целью обучения, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, обучающийся усвоил основную литературу, рекомендованную в рабочей программе дисциплины
<b>11-13 баллов</b>	наличие твердых знаний в объеме пройденного курса в соответствии с целью обучения, изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов; правильные в целом действия по применению навыков и умений при решении практико-ориентированных заданий
<b>0-10 баллов</b>	ответы не связаны с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять умения и навыки при решении практико-ориентированных заданий, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы

Практико-ориентированное задание оценивается максимально в **60 баллов**. Критерии оценивания задания:

<b>51-60 баллов</b>	задание выполнено в полном объеме; обучающийся демонстрирует уверенные действия в процессе решения
<b>41-50 баллов</b>	задание выполнено в полном объеме, но с небольшими погрешностями; обучающийся демонстрирует правильные действия в процессе решения
<b>31-40 баллов</b>	задание выполнено частично; при решении продемонстрированы в целом правильные действия
<b>0-30 баллов</b>	задание не выполнено или выполнено частично, с грубыми ошибками; обучающийся демонстрирует неумение применять полученные знания и навыки при решении конкретных заданий

#### **Общие критерии оценивания:**

<b>84-100 баллов (оценка «отлично»)</b>	<p>Ответы обучающегося на оба теоретических вопроса фактически верны, изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с поставленной программой курса целью обучения; грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой.</p> <p>Практико-ориентированное задание выполнено верно, обучающийся демонстрирует правильные, уверенные действия по применению полученных навыков и умений при решении задания.</p>
<b>67-83 баллов (оценка «хорошо»)</b>	<p>Даны ответы на оба теоретических вопроса; обучающийся демонстрирует наличие твердых и достаточно полных знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с целью обучения, четко излагает материал. В ответе допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, обучающийся усвоил основную литературу, рекомендованную в рабочей программе дисциплины.</p> <p>Практико-ориентированное задание выполнено, но с небольшими погрешностями; обучающийся демонстрирует правильные действия по применению навыков и умений при решении задания.</p>
<b>50-66 баллов (оценка «удовлетворительно»)</b>	<p>При ответе на оба теоретических вопроса обучающийся демонстрирует наличие твердых знаний в объеме пройденного курса в соответствии с целью обучения, изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов.</p> <p>Практико-ориентированное задание выполнено частично; при решении продемонстрированы в целом правильные действия по применению навыков и умений при решении практико-ориентированных заданий</p>
<b>0-49 баллов (оценка «неудовлетворительно»)</b>	<p>Ответы обучающегося не связаны с вопросами, в ответе присутствуют грубые ошибки, непонимание сущности излагаемого вопроса, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы</p> <p>Задание не выполнено или выполнено частично, с грубыми ошибками; обучающийся демонстрирует неумение применять полученные знания и навыки при решении конкретных заданий</p>

## Практические задания

### Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка

**Практическое задание 1.** Понятие дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка: формы записи, общее решение. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Геометрическая интерпретация. Задача Коши: существование и единственность решения.

**Практическое задание 2.** Дифференциальные уравнения первого порядка.

Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные и приводящиеся к ним уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.

**Практическое задание 3.** Задача Коши для ДУ 1-го порядка.

Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши. Теорема Банаха о сжимающем отображении. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений первого порядка и систем уравнений первого порядка.

### Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков

**Практическое задание 4.** Дифференциальные уравнения высших порядков.

Понятие дифференциального уравнения порядка  $n$  ( $n > 1$ ).

Существование и единственность решения задачи Коши для уравнений высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Решение задач с применением пакета LibreOffice.

**Практическое задание 5.** Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка.

Линейная независимость функций, определитель Вронского. Линейное однородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка: фундаментальная система решений, общее решение. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка: структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Интегрирование линейных уравнений при помощи рядов.

**Практическое задание 6.** Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

### Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений

**Практическое задание 7.** Системы дифференциальных уравнений.

Системы дифференциальных уравнений: основные понятия. Существование и единственность решения. Интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений. Система дифференциальных уравнений в симметрической форме.

**Практическое задание 8.** Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных.

### Раздел 4. Разностные схемы

**Практическое задание 9.** Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем, точки покоя.

Динамические системы. Свойства решений. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость линейных систем. Точки покоя, исследование траекторий в окрестности точки покоя. Исследование на устойчивость по первому приближению.

### Практическое задание 10. Разностные уравнения.

Классификация систем конечно-разностных уравнений. Линейные и нелинейные системы. Определение решения. Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи.

#### Критерии оценивания:

**Максимальное количество баллов – 60 баллов**

За выполнение практических заданий 1-6 обучающийся может получить до **30 баллов**, каждое задание при этом оценивается до **5 баллов**

<b>5 баллов</b>	Задание выполнено верно
<b>4 балла</b>	При выполнении задания были допущены неточности, не влияющие на результат
<b>2-3 балла</b>	При выполнении задания были допущены ошибки
<b>1 балл</b>	При выполнении задания были допущены существенные ошибки
<b>0 баллов</b>	Задание не выполнено

За выполнение практических заданий 7 и 9 обучающийся может получить до **14 баллов**, каждое задание при этом оценивается до **7 баллов**

<b>7 баллов</b>	Задание выполнено верно
<b>5-6 баллов</b>	При выполнении задания были допущены неточности, не влияющие на результат
<b>3-4 балла</b>	При выполнении задания были допущены ошибки
<b>1-2 балла</b>	При выполнении задания были допущены существенные ошибки
<b>0 баллов</b>	Задание не выполнено

За выполнение практических заданий 8 и 10 обучающийся может получить до **16 баллов**, каждое задание при этом оценивается до **8 баллов**

<b>8 баллов</b>	Задание выполнено верно
<b>5-7 баллов</b>	При выполнении задания были допущены неточности, не влияющие на результат
<b>3-4 балла</b>	При выполнении задания были допущены ошибки
<b>1-2 балла</b>	При выполнении задания были допущены существенные ошибки
<b>0 баллов</b>	Задание не выполнено

### Опрос

#### Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка

1. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
2. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка: формы записи, общее решение.
4. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Геометрическая интерпретация.
5. Задача Коши: существование и единственность решения
6. Уравнения с разделяющимися переменными.
7. Однородные уравнения первого порядка.
8. Уравнения, приводящиеся к однородным.
9. Линейные и приводящиеся к ним уравнения.
10. Уравнение Бернулли.
11. Уравнения в полных дифференциалах
12. Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши.
13. Теорема Банаха о сжимающем отображении.
14. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений первого порядка и систем уравнений первого порядка

#### Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков

15. Понятие дифференциального уравнения порядка  $n$  ( $n > 1$ ).

16. Существование и единственность решения задачи Коши для уравнений высших порядков.
17. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
18. Линейная независимость функций, определитель Вронского.
19. Линейное однородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка: фундаментальная система решений, общее решение.
20. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка: структура общего решения.
21. Метод вариации произвольных постоянных.
22. Интегрирование линейных уравнений при помощи рядов.
23. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
24. Метод Эйлера.

### Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений

25. Системы дифференциальных уравнений: основные понятия.
26. Существование и единственность решения.
27. Интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений.
28. Система дифференциальных уравнений в симметрической форме.
29. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
30. Метод Эйлера.
31. Метод вариации произвольных постоянных.

### Раздел 4. Разностные схемы

32. Динамические системы. Свойства решений.
33. Устойчивость по Ляпунову.
34. Асимптотическая устойчивость.
35. Устойчивость линейных систем.
36. Точки покоя, исследование траекторий в окрестности точки покоя.
37. Исследование на устойчивость по первому приближению.
38. Классификация систем конечно-разностных уравнений.
39. Линейные и нелинейные системы. Определение решения.
40. Фундаментальная матрица решений линейной системы.
41. Матрица Коши.
42. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи

Данный перечень вопросов для проведения опроса является примерным. Он может актуализироваться преподавателем по необходимости.

Опрос тематически охватывает все разделы учебного курса и проводится в устной форме. Группировка вопросов для опроса производится преподавателем.

#### Максимальное количество баллов – 40 баллов

За участие в опросе обучающийся может получить до 40 баллов (необходимо успешно ответить на 5 вопросов по каждому из разделов). В ходе опроса при ответе на отдельный вопрос обучающийся может получить до **2 баллов**

<b>2 балла</b>	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, системно показана совокупность освоенных знаний об объекте, проявляющаяся в свободной оперировании основными понятиями учебного курса. Ответ характеризуется содержательностью, конкретностью, знанием основной и дополнительной литературы, рекомендуемой по теме, четкостью и логичностью изложения материала.
<b>1 балл</b>	Дан неполный и непоследовательный ответ на поставленный вопрос. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Обучающийся не осознает связи между понятиями, концептуальные пересечения, структурные закономерности. Отсутствует конкретизация и доказательность. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа на поставленные вопросы.
<b>0 баллов</b>	Обучающийся затрудняется ответить на вопросы

### **3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Процедуры оценивания включают в себя текущий контроль и промежуточную аттестацию.

**Текущий контроль** успеваемости проводится с использованием оценочных средств, представленных в п. 2 данного приложения. Результаты текущего контроля доводятся до сведения студентов до промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** проводится в форме экзамена

Экзамен проводится по расписанию промежуточной аттестации в письменном виде. Количество вопросов в экзаменационном билете – 3. Проверка ответов и объявление результатов производится в день экзамена. Результаты аттестации заносятся в ведомость и зачетную книжку студента. Студенты, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику промежуточной аттестации, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Учебным планом предусмотрены следующие виды занятий:

- лекции;
- практические занятия.

В ходе лекционных занятий рассматривается теоретический материал, даются рекомендации для самостоятельной работы и подготовке к практическим занятиям.

В ходе практических работ развиваются навыки применения математических методов, выбора инструментальных средств для обработки и анализа данных в профессиональной деятельности

При подготовке к практическим занятиям каждый студент должен:

- изучить рекомендованную учебную литературу;

В процессе подготовки к практическим занятиям студенты могут воспользоваться консультациями преподавателя.

Теоретические вопросы должны быть изучены студентами в ходе самостоятельной работы. Контроль самостоятельной работы студентов над учебной программой курса осуществляется методом опроса и выполнения практических заданий. В ходе самостоятельной работы каждый студент обязан прочитать основную и по возможности дополнительную литературу по изучаемой теме. Выделить непонятные термины, найти их значение в энциклопедических словарях.

Для подготовки к занятиям, текущему контролю и промежуточной аттестации студенты могут воспользоваться электронно-библиотечными системами. Также обучающиеся могут взять на дом необходимую литературу на абонементе университетской библиотеки или воспользоваться читальными залами.