Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)»

Кафедра Статистики, эконометрики и оценки рисков

**Е.П. Кокина**

**ОСНОВЫ АКТУАРНЫХ РАСЧЕТОВ**

*Методические указания по изучению дисциплины*

*Направление 38.03.01 «Экономика»*

*Профиль 38.03.01.11 «Анализ и управление рисками»*

*Направление 38.04.01 «Экономика»*

*Магистерская программа 38.04.01.05*

*«Управление рисками организаций и финансовых институтов»*

Ростов-на-Дону

2020

**УДК**

**ББК**

**К**

**Рецензенты:**

проф. кафедры статистики, эконометрики и оценки рисков РГЭУ (РИНХ),

д-р эконом. наук, проф. ***С.В. Арженовский,***

доц. кафедры информационных систем и прикладной информатики

РГЭУ (РИНХ), к-т эконом. наук, доц. ***К.Х. Калугян***

**Кокина Е.П.**

**К** Основы актуарных расчетов: методич. указания по изучению дисциплины (профиль 38.03.01.11 «Анализ и управление рисками», магистерская программа 38.04.01.05 «Управление рисками организаций и финансовых институтов») [Электронный ресурс]. – Ростов н/Д.: Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2020. – 33 с. – Режим доступа: http://library.rsue.ru.

Методические указания подготовлены для обучающихся по направлениям 38.03.01 «Экономика» и 38.04.01 «Экономика». Представлены материалы по дисциплине «Основы актуарных расчетов»: цели и задачи освоения дисциплины, требования к результатам освоения дисциплины, примеры решения типовых задач, демонстрационный вариант расчетных заданий, перечень вопросов для текущего контроля знаний, вопросы к экзамену, перечень рекомендуемой литературы и ресурсов сети Интернет.

Предназначены для студентов и магистрантов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям 38.03.01 «Экономика», профиль «Анализ и управление рисками» и 38.04.01 «Экономика», магистерской программе 38.04.01.05 «Управление рисками организаций и финансовых институтов» при изучении дисциплины «Основы актуарных расчетов».

**УДК**

**ББК**

|  |  |
| --- | --- |
|  | © РГЭУ (РИНХ), 2020 |
|  | © Кокина Е.П., 2020 |

**Оглавление**

[1. Цели и задачи освоения дисциплины 4](#_Toc51616479)

[2. Требования к результатам освоения дисциплины 4](#_Toc51616480)

[3. Указания к решению типовых задач по дисциплине 5](#_Toc51616481)

[4. Демонстрационный вариант типовых средств текущего контроля (расчетные задания, вопросы для устного опроса) 28](#_Toc51616482)

[5. Вопросы к экзамену 31](#_Toc51616483)

[6. Рекомендуемая литература и ресурсы сети Интернет 32](#_Toc51616484)

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель дисциплины:** усвоение студентами методов расчета актуарно обоснованных тарифов страхования, изучение методов расчета резервов, оценки необходимости и возможности проведения перестрахования в рисковых видах страхования.

**Задачи дисциплины:** научить студентов основным принципам построения тарифа страхования; расчета рисковой премии и надбавки при различных условиях страхования и брутто-ставки в зависимости от выбора нагрузки на ведение дел; исследовать влияние франшизы на величину страхового тарифа; принимать решения о проведении перестрахования; рассчитывать резервы страхования.

## 2. Требования к результатам освоения дисциплины

**Знать:**

* фундаментальные понятия, принципы и методы актуарных расчетов в сфере страхования.
* методы актуарного анализа реальных данных и определения основных характеристик и тенденций исследуемого процесса.

**Уметь:**

* применять методы и модели актуарной математики для решения и анализа задач экономики и финансов.
* применять актуарные методы при решении экономических задач.

**Владеть:**

* методикой построения, анализа и применения актуарных моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов;
* навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;
* математическим аппаратом, необходимым для профессиональной деятельности.

# 3. Указания к решению типовых задач по дисциплине[[1]](#footnote-1)

**1. Оценка вероятности наступления страхового случая**

Сумма нетто-премий составляет страховой фонд, предназначенный для покрытия ущербов. Специфика актуарных расчетов в обосновании величины нетто-премии состоит в том, что в момент ее калькуляции величина ущерба не определена. Однако на основе данных об ущербах за прошлый период можно рассчитать их относительную частоту, то есть статистическую вероятность наступления страхового случая, определить среднюю величину ущерба и его распределение.

Таким образом, оценка вероятности наступления страхового случая является первым этапом в работе актуария.

При анализе страховых договоров и выяснении влияния различных факторов на возможность возникновения страхового случая и величину убытков, все неоднородное множество договоров разбивается на несколько однородных подмножеств (групп). Это позволяет внутри каждой группы рассматривать не ущерб по каждому договору, а суммарный ущерб, что для страховщика значительно важнее.

Пусть на основании предыдущего опыта выяснено, что за единицу времени (например, год) в группе из *N* договоров произошло *n* случаев. Тогда отношение  позволяет оценить вероятность *q* наступления страхового случая. Если из года в год эти эмпирические значения  практически равны, то есть их колебания случайны и не содержат тренда, то нет необходимости в прогнозировании этой величины. Достаточно знать ее среднее значение. При большом общем числе наблюдений (договоров) можно с высокой надежностью утверждать, что истинное значение параметра *q*  будет находиться в некотором доверительном интервале.

Тогда можно для дальнейших расчетов взять не точечную оценку *q*, а правую границу доверительного интервала. Это уменьшит вероятность разорения страховой компании, но несколько снизит ее конкурентоспособность вследствие повышения тарифа.

***Пример 1.1.*** Число договоров за прошлый год *N*=1000, число страховых случаев *n*=100. Найти:

1. точечную оценку вероятности страхового случая;
2. правую границу доверительного интервала вероятности страхового случая с надежностью 0,99.

***Решение.***

Точечная оценка вероятности страхового случая:

.

Доверительный интервал для генеральной доли имеет следующий вид:

,

где доверительная вероятность ,  - функция Лапласа.

По таблице значений функции Лапласа (*Приложение 1*) находим . Предельная ошибка Δ вычисляется по формуле

.

Следовательно, правая граница доверительного интервала равна:

.

Таким образом, с 99% уверенностью мы можем утверждать, что вероятность наступления страхового случая не превысит 0,1245.

***Пример 1.2.*** Вероятность страхового случая оценена страховщиком в *q*=0,02. Число договоров за прошедший год *N*=235. Определить, при каком числе страховых случаев собранных страховых взносов достаточно для выплаты возмещения.

***Решение.***

Среднее ожидаемое число страховых случаев (математическое ожидание) можно вычислить по следующей формуле:

.

Поэтому при выплате возмещений страховщик сможет удовлетворить до четырех исков включительно.

***2.* Расчет рисковой премии**

**2.1. Полное уничтожение застрахованного объекта**

Рассмотрим наиболее простую ситуацию, когда в результате страхового случая происходит полное уничтожение застрахованного объекта. Для обеспечения выплаты страхового возмещения величина суммарной страховой рисковой премии должна равняться ожидаемой величине страховых выплат. Суммарная величина страхового возмещения для этой ситуации составит:

,

где *S* – страховая сумма по одному договору,

*n* – число страховых случаев.

Исходя из этого величина рисковой премии, взимаемой за один застрахованный объект, составит:

, (2.1)

где *q* – вероятность наступления страхового случая,

*N* – число договоров.

 – это только основная часть нетто-премии, рассчитанной без учета случайных колебаний величины суммарного страхового возмещения. Обычно в страховой теории рассчитывают величину страхового взноса за единицу страховой суммы (*S*=1), называемую тарифной ставкой или просто тарифом. Для основной части тарифной нетто-ставки (*рисковой ставки*) получим:

 (2.2)

***Пример 2.1.*** Два автомобилиста застраховали от угона свои автомобили. У первого – отечественный автомобиль с современной рыночной ценой 2000 у.е., а у второго - иномарка ценой 10000 у.е. Страховая компания оценила вероятности угона: первого автомобиля в 0,01, а второго – 0,04. Найти единовременную рисковую премию и рисковую ставку при таком страховании.

***Решение.***

На основе принципа эквивалентности риска сторон математическое ожидание ущерба страховой компании по такому договору равно произведению страховой суммы на вероятность ее выплаты. Страхователи должны компенсировать эти риски компании своими взносами. Поэтому по формуле (2.1) их единовременные рисковые премии соответственно равны:

Рисковые ставки по формуле (4.2) составят:

 (1%)  (4%)

Таким образом, первый автомобилист должен заплатить за услуги страховой компании 1% от страховой суммы или 20 у.е.; второй автомобилист должен заплатить 4% от страховой суммы или 400 у.е.

**2.2. Частичный ущерб**

В большинстве страховых случаев происходит частичное повреждение застрахованных объектов. Для его учета вводится понятие *степени уничтожения*, или *тяжести ущерба* для застрахованного объекта. Величина страхового возмещения *B* в этом случае меньше страховой суммы, а их отношение и является коэффициентом тяжести ущерба *b*:



С учетом неполного уничтожения застрахованного объекта в результате страхового случая формулы (4.1) и (4.2) примут вид:

 (2.3)

, (2.4)

где *Z* – сумма страховых возмещений по всем страховым случаям,

 и  – средние значения страхового возмещения и коэффициента тяжести ущерба.

***Пример 2.2.*** Определить рисковый тариф при страховании от огня, если вероятность страхового случая равна *q*=0,013, среднее значение степени уничтожения объекта =0,5.

***Решение.***

Согласно формуле (2.4) основная часть тарифной нетто-ставки составит:

 (0,65%).

То есть страхователю необходимо заплатить за страховую услугу 0,65% страховой суммы.

**3. Комбинированное страхование**

На практике часто используют такой прием, как комбинированное страхование, которое позволяет несколько снизить тарифы из-за практической невозможности одновременного возникновения нескольких страховых случаев.

***Пример 3.*** Первый страхователь застраховал на один год свое домашнее имущество от полного уничтожения на сумму в 1000 у.е.:

1. от пожара - в компании *X* (событие *A* с вероятностью 0,02);
2. от порчи в результате аварии системы горячего водоснабжения - в компании *Y* (событие *B* с вероятностью 0,01);
3. от кражи - в компании *Z* (событие *C* с вероятностью 0,03).

Второй страхователь застраховал такое же имущество на ту же сумму от тех же трех рисков (на тех же условиях) в той же компании.

По договору, если случай произошел, то компания выплачивает страховую сумму полностью, независимо от величины фактического ущерба. Найти единовременную рисковую премию для первого и второго страхователя.

***Решение.***

Единовременные рисковые премии для первого страхователя рассчитываются по формуле (4.1) и равны соответственно:

1. в первом договоре – 20 у.е.;
2. во втором договоре – 10 у.е.;
3. в третьем договоре – 30 у.е.

Итого клиент заплатил взносов на сумму 60 у.е.

Для второго страхователя (в случае страхования от трех рисков в одной страховой компании) найдем вероятность наступления страхового случая (событие *D*). Очевидно, что одновременно может произойти не более одного из этих трех событий, т.е.:



Вероятность события *D* в этом случае равна:

**

Единовременная рисковая премия составила в этом случае 57,8 у.е. и уменьшилась почти на 4%.

Агент страховой компании представляет это снижение тарифа как премию, выплачиваемую компанией клиенту за разностороннее сотрудничество, то есть как скидку. В действительности компания ничего не теряет, она просто возвращает клиенту его же деньги.

Итак, точный учет вероятности сложного события, вероятности совместного появления отдельных страховых случаев позволяет компании снизить свои тарифы и тем самым повысить конкурентоспособность при той же надежности.

**4. Распределенный риск**

Ранее была рассмотрена наиболее простая ситуация, когда страховой случай либо наступает с вероятностью *q*, и тогда выплачивается вся страховая сумма, либо случай не наступил, тогда выплаты нет.

В большинстве же случаев размер требований о страховой выплате, то есть величина ущерба является случайной величиной с некоторым законом распределения, даже если страховые суммы по всем договорам страхования одинаковы. Главная проблема состоит в неопределенности ущерба в момент расчетов. Вычисления должны быть выполнены таким образом, чтобы с высокой вероятностью покрыть в будущем возможные ущербы, чтобы обеспечить гарантии выполнения страховых обязательств.

***Пример 4.1.*** Величина ущерба *X* – дискретная случайная величина (у.е.). Вероятность страхового случая *q*=0,1. Известно условное распределение величины ущерба *X*, при условии, что страховой случай произошел (событие *А*):

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 100 | 200 | 300 | 400 |
| *P* | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 |

Определить размер единовременной рисковой премии.

***Решение.***

Найдем условное математическое ожидание ущерба *X* (взвешенную среднюю), то есть среднее ожидаемое значение ущерба при условии, что страховой случай произошел:



Далее найдем математическое ожидание ущерба с учетом вероятности наступления страхового случая *q*, то есть искомую рисковою премию:



***Пример 4.2.*** Рассмотрим непрерывно распределенный размер ущерба *X* (у.е.). Пусть страховой случай наступает с вероятностью *q*=0,05 и пусть ущерб распределен равномерно на отрезке (0;600). Определить рисковую премию.

***Решение.***

Найдем условное математическое ожидание ущерба (при условии, что страховой случай произошел). Для равномерно распределенной случайной величины:

.

Тогда математическое ожидание ущерба и будет являться рисковой премией:



**5. Расчет нетто-премии**

**5.1. Рисковая надбавка**

Для того чтобы гарантировать клиентам страховую защиту, к собственно рисковой премии прибавляют некоторую величину, называемую рисковой (страховой) надбавкой. Сумма этих двух составляющих (рисковой премии и рисковой надбавки) и образует нетто-премию.

Назначение страховой надбавки («рисковой надбавки») состоит в том, чтобы финансировать случайные превышения реального ущерба над ожидаемыми показателями, т.е. обеспечивать безубыточность и повышать устойчивость страховой компании.

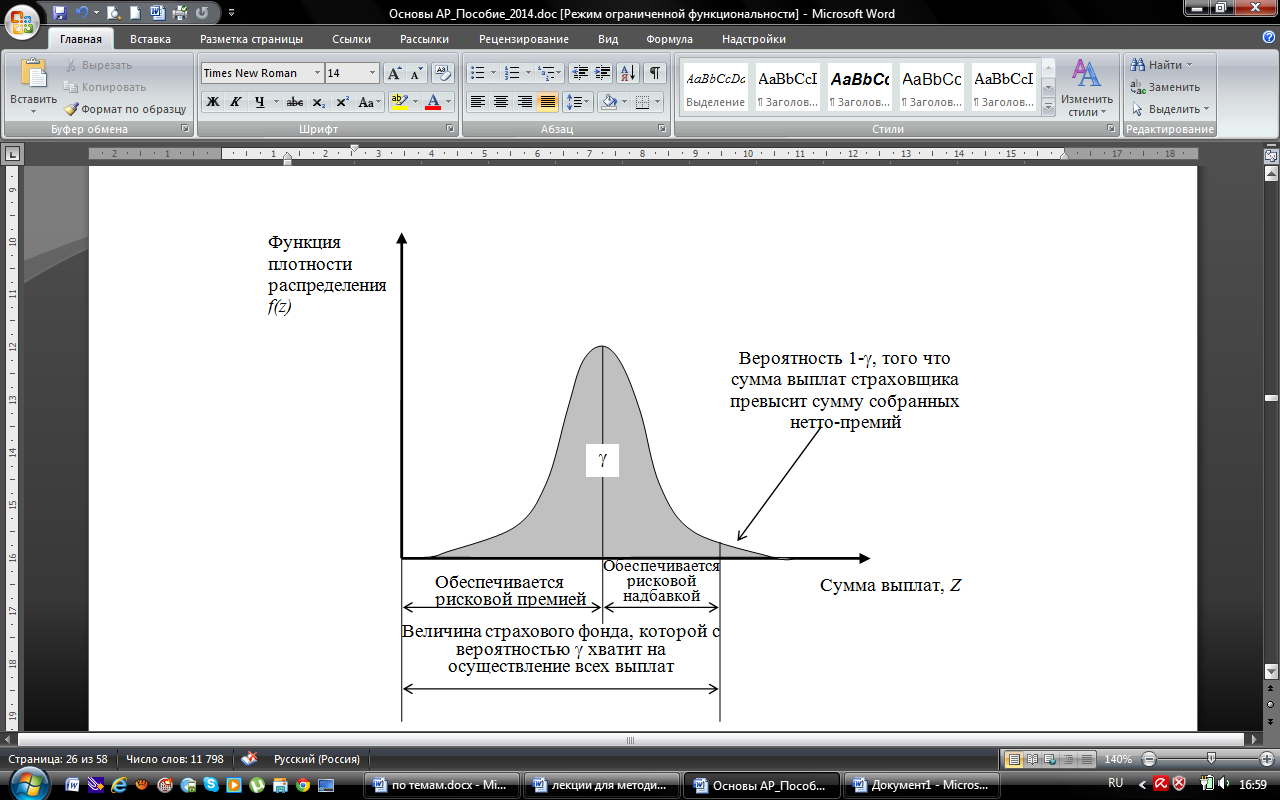


Рис.1. Графическая иллюстрация определения величины и структуры страхового фонда

Величина суммарной нетто-премии  приравнивается к максимальной величине ожидаемой суммы страховых выплат и строится в предположении, что суммарные выплаты имеют приближенно нормальное распределение (центральная предельная теорема) для большого числа страховых случаев. Суммарная нетто-премия определяется по формуле:

,

где  – ожидаемое среднее значение суммы страховых возмещений; *γ* – заданный уровень надежности или гарантии безопасности; находится из условия ,  – функция Лапласа (*Приложение 1*); обычно  принимает значения от 1 до 3.

Тогда страховая нетто-премия, взимаемая с одного страхователя, равна суммарной нетто-премии, деленной на число договоров страхования:

, (5.1)

где  – коэффициент вариации размера суммарного страхового возмещения.

Итак, нетто-премию можно представить в виде суммы двух слагаемых: рисковой премии () и рисковой надбавки ():

, где ; . (5.2)

Аналогично для тарифной нетто-ставки:

, где ; , (5.3)

где *S* – страховая сумма,

 и – соответственно основная часть и рисковая надбавка тарифной нетто-ставки.

Величина  называется *относительной рисковой надбавкой*.

Для нахождения рисковой надбавки необходимо вычислить коэффициент вариации суммарного возмещения (суммарного иска) , для чего в свою очередь нужно определить его дисперсию.

Величина суммарных выплат может быть представлена в виде суммы выплат в каждом страховом случае:

,

где – случайные величины, *n* – число страховых случаев,

– выплата по *i*-ому страховому случаю; предполагается, что величины – независимы и одинаково распределены.

В курсе теории вероятностей доказывается, что математическое ожидание и дисперсия суммы случайного числа независимых одинаково распределенных величин равны:

,

, (5.4)

где ,,, – математические ожидания и дисперсии соответственно суммарного возмещения и количества страховых случаев.

Формула для коэффициента вариации суммарного иска имеет вид:

 (5.5)

Для больших портфелей договоров распределение числа страховых случаев хорошо аппроксимируется распределением Пуассона, для которого:

 и .

Тогда окончательно получим:

, (5.6)

где  – степень уничтожения, или тяжесть ущерба.

В простейшем случае, когда все выплаты одинаковы, дисперсия . Тогда получим:

 (5.7)

Формулы (5.2) и (5.3) можно записать:

; , (5.8)

; , (5.9)

где  можно рассчитать по формулам (5.5-5.7).

**5.2. Практический расчет тарифных ставок по рисковым видам страхования**

Для расчета нетто-ставки страховщик должен выбрать приемлемую для себя величину гарантии безопасности *γ*. Кроме того, необходимо знать

* вероятность наступления страхового случая *q*;
* математическое ожидание величины страховой суммы *S*;
* математическое ожидание величины выплаты по одному страховому случаю ;
* дисперсию величины выплаты по одному страховому случаю .

Указанные величины являются параметрами теоретического распределения убытков, поэтому возникает необходимость оценки данных показателей с помощью имеющихся статистических данных о страховых случаях. Точность такой оценки зависит от количества и достоверности располагаемых данных.

Для расчета тарифной ставки выбирается некоторая совокупность договоров по данному виду страхования. При выборе этих договоров необходимо, чтобы:

* все застрахованные объекты были достаточно однородны (гомогенны);
* количество договоров в совокупности должно быть как можно больше:
* все договоры были заключены на один и тот же срок (например, на год);
* к моменту расчета полностью истек срок их действия;
* желательно, чтобы все договоры действовали в пределах одного и того же периода, т.к. вследствие изменения во времени экономической ситуации изменяются и показатели страховых сумм и выплат, а также частоты страховых событий;
* идентичность условий договоров условиям страхового продукта, для которого производится расчет тарифов, по части страховых событий и расчета выплат. Разные способы расчета выплат (например, с применением франшизы или без нее) будут искажать реальную картину выплат и могут привести к недостаточности рассчитанных на их основе тарифных ставок.

Предположим, что все требования соблюдены и страховщик отобрал в качестве исходной совокупности *N* договоров. Страховые суммы по этим договорам составляли ,…, .

Поскольку эти договоры уже закончились, можно определить окончательное количество страховых случаев и сумм убытков. Допустим, что по рассматриваемым *N* договорам произошло *n* страховых случаев и выплаты составили ,…, .

В качестве оценки вероятности наступления страхового случая *q* будет использоваться показатель частоты страховых случаев . Частота страховых случаев рассчитывается как отношение количества страховых случаев, наступивших по договорам из выделенной совокупности, к объему этой совокупности:



Как известно из теории вероятностей среднее значение является состоятельной и несмещенной оценкой математического ожидания теоретического распределения. Поэтому в качестве оценки математического ожидания величины убытка страховщика по одному страховому случаю  можно использовать среднее значение выплат:



Аналогично рассчитывается среднее значение страховой суммы:

.

Состоятельной и несмещенной оценкой дисперсии величины выплат  по одному страховому случаю является величина:

.

Таким образом, известны все необходимые оценки параметров для определения величины нетто-ставки.

***Пример 5.1.*** Требуется определить нетто-премию и тарифную нетто-ставку при страховании на случай смерти в результате несчастного случая. Вероятность страхового случая в течение года , страховая сумма  руб., количество застрахованных людей , уровень гарантии безопасности (вероятность превышения страховой премии над возмещением) принять равным .

***Решение.***

Определим рисковую ставку и рисковую премию:



Ожидаемое среднее значение страховых случаев за год:



Уровню гарантии безопасности  (приложение 1) соответствует значение коэффициента *t*=1,64. Тогда рисковая надбавка в соответствии с (5.7) и (5.9) равна:



Значения нетто-ставки и нетто-премии соответственно равны:





***Пример 5.2.*** Определить тарифную нетто-ставку при страховании от огня, если вероятность страхового случая *q*=0,013, количество застрахованных объектов *N*=500, среднее значение степени уничтожения объекта , среднее квадратическое отклонение от среднего значения равно ; уровень гарантии безопасности принять равным 0,9.

***Решение.***

При частичном уничтожении объекта страхования основная часть тарифной ставки может быть выражена через среднее значение степени уничтожения объекта:

.

При уровне гарантии безопасности  (приложение 1) значение *t*=1,28. Тогда рисковая надбавка вычисляется по формуле (5.9), коэффициент вариации – по формуле (5.6). Коэффициент вариации степени ущерба:

.

Тогда рисковая надбавка: .

Значение нетто-ставки: 

**6. Расчет страхового тарифа на основе показателя убыточности страховой суммы**

При анализе статистической информации широко используется понятие *убыточности страховой суммы*, равной отношению суммарного возмещения по страховым случаям, произошедших в отчетном периоде, к совокупной страховой сумме застрахованных объектов:

, (6.1)

где *Z* – сумма страховых возмещений по всем страховым случаям, - величина убытка (возмещения) по *k*-му страховому случаю, - страховая сумма *i*-го застрахованного объекта,  – среднее значение коэффициента тяжести ущерба.

Если отсутствуют необходимые данные для расчета убыточности страховой суммы, то принимается значение, согласно методике расчета тарифных ставок по рисковым видам страхования (таб. 6.1).

Таблица 6.1

Рекомендуемые значения убыточности

|  |  |
| --- | --- |
| Показатель убыточности | Вид страхования |
| 0,3 | страхование от несчастных случаев и болезней, медицинское страхование |
| 0,4 | страхование средств наземного транспорта |
| 0,5 | страхование грузов и имущества, кроме средств транспорта |
| 0,6 | страхование средств воздушного и водного транспорта |
| 0,7 | страхование ответственности владельцев автотранспортных средств и других видов ответственности и страховании финансовых рисков |

Рисковая надбавка может быть рассчитана по-разному в зависимости от исходных данных, имеющихся в страховых организациях.

При отсутствии у страховой компании данных о среднем квадратическом отклонении страховых возмещений, величина *S* принимается равной нулю. Чтобы учесть колебания выплат, формула расчета рисковой надбавки принимает следующий вид:

 (6.2)

где 1,2 – поправочный коэффициент, позволяющий учесть возможные колебания страховых выплат.

* 1. **Расчет тарифов на основе среднего**

**значения убыточности**

При наличии статистических данных по убыточности за несколько лет тарифная рисковая премия равна среднему значению убыточности:

.

Рисковая надбавка определяется в соответствии с (5.9):

, (6.3)

где .

Выборочное среднее значение и дисперсия убыточности определяются по следующим формулам:

; ; ; (6.4)

где - порядковый номер года (квартала), за который берутся значения убыточности.

**6.2. Определение величины рисковой надбавки для малых выборок**

Если объем выборки *k* невелик (*k* <30), то результаты, полученные по формуле (6.3), являются грубым приближением. На основе теории Стьюдента распределения отклонений выборочных значений от точных в зависимости от объема выборки вводится величина . Значения этой величины даны в таблице распределения Стьюдента (для односторонней критической области). Тогда с вероятностью *γ* максимальная ожидаемая величина убыточности будет равна:

,

то есть составляющие нетто-ставки соответственно равны:

.

***Пример 6.1.*** Рассчитать тарифную нетто-ставку по страхованию имущества предприятий от пожара. Значения убыточности по страхованию имущества предприятий от пожара за последние 5 лет представлены в таблице. Гарантия безопасности – 95%.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Годы | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Убыточность, % | 0,605 | 0,706 | 0,725 | 0,715 | 0,694 |

***Решение.***

Определим среднюю убыточность и ее среднее квадратическое отклонение по формулам (4.21):

 .

Для *γ*=0,95 находим *t*=1,64 и рассчитываем тарифные рисковую надбавку и нетто-ставку по формуле (6.3):

  .

Рассчитаем рисковую надбавку с учетом объема выборки *k=*5.

При заданной вероятности безопасности *γ*=0,95 из таблицы распределения Стьюдента (односторонняя критическая область) получим:

.

Тогда величина тарифной рисковой надбавки и нетто-ставка равны соответственно:

, .

**6.3. Практический расчет тарифов на основе прогнозируемого значения убыточности**

Рассмотрим вторую методику, официально рекомендованную регулирующими службами страховым компаниям для расчета тарифных ставок по рисковым видам страхования[[2]](#footnote-2).

Данная методика предполагает расчет тарифа страхования на основе страховой статистики за несколько лет с учетом прогнозируемого уровня убыточности страховой суммы на следующий год, и применима при следующих условиях:

1) имеется информация о сумме страховых возмещений и совокупной страховой сумме по рискам, принятым на страхование, за рядлет (*t* – порядковый номер года);

2) зависимость убыточности от времени близка к линейной.

Расчет нетто-ставки производится в следующей последовательности.

По каждому году рассчитывается фактическая убыточность страховой суммы  по формуле (4.15) как отношение страхового возмещения к общей страховой сумме застрахованных рисков.

На основании полученного ряда исходных данных рассчитывается ***прогнозируемый уровень убыточности*** ***страховой суммы***, для чего используется модель линейного тренда, согласно которой фактические данные по убыточности страховой суммы выравниваются на основе линейного уравнения:

, (6.5)

где  – выровненный показатель убыточности страховой суммы;

,  – параметры линейного тренда;

 - порядковый номер соответствующего года, =*1,…,k.*

Параметры линейного тренда  и  можно определить с помощью метода наименьших квадратов (МНК).

Тогда основная часть нетто-ставки ***(рисковая ставка)***, то есть прогнозируемая убыточность на следующий год, определяется по формуле:

.

. (6.6)

Для определения ***рисковой надбавки*** необходимо рассчитать стандартную ошибку оценки уравнения регрессии *SE* по следующей формуле:

.

, (6.7)

где *(,n)* – коэффициент, используемый для исчисления размера рисковой надбавки (таб.6.2).

Таблица 6.2

Значения коэффициента *(,n)* при заданной гарантии безопасности  и числе анализируемых лет *n*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *n* |  | | | | |
| 0,8 | 0,9 | 0,95 | 0,975 | 0,99 |
| 3 | 2,972 | 6,649 | 13,640 | 27,448 | 68,740 |
| 4 | 1,592 | 2,829 | 4,380 | 6,455 | 10,448 |
| 5 | 1,184 | 1,984 | 2,850 | 3,854 | 5,500 |
| 6 | 0,980 | 1,596 | 2,219 | 2,889 | 3,900 |

***Пример 6.2.***

Рассчитать тарифную нетто-ставку на 2014 год по данным страховой статистики за 2009-2013 гг. Гарантия безопасности принята 90%.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Год | Общая страховая  сумма, руб. | Общее страховое  возмещение, руб. |
| 2009 | 20000 | 400 |
| 2010 | 28000 | 700 |
| 2011 | 25000 | 800 |
| 2012 | 30000 | 900 |
| 2013 | 35000 | 1400 |

***Решение.***

Определим убыточность страховой суммы за каждый год по формуле (6.1).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Год | *t* | Убыточность  страховой суммы |
| 2009 | 1 | 0,02 |
| 2010 | 2 | 0,025 |
| 2011 | 3 | 0,032 |
| 2012 | 4 | 0,03 |
| 2013 | 5 | 0,04 |

Тогда эмпирическое уравнение парной линейной регрессии, оцененное с помощью МНК имеет вид:



Рисковая ставка определяется по формуле:



Стандартная ошибка оценки уравнения регрессии *SE:*



Для гарантии безопасности 90% по таблице 6.2 определим параметр:



Тогда рисковая надбавка может быть найдена по формуле (6.7):



Нетто-ставка равна:



**7. Брутто-премия**

Премии являются основным источником финансирования деятельности страховой компании. Большая часть уплачиваемых премий идет на формирование страхового фонда, из которого потом будут осуществляться выплаты по тем договорам, по которым произошли страховые случаи. Остальные средства должны компенсировать расходы страховой организации и обеспечить получение прибыли.

Для того чтобы страховая компания нормально функционировала, необходимо, чтобы в краткосрочном и в долгосрочном периоде наблюдалось равенство или превышение доходов над расходами. Это значит, что сумма собранных по данному виду страхования премий должна быть больше или, как минимум, равна сумме выплат по страховым случаям и расходов страховой компании за вычетом дохода, полученного от инвестирования временно свободных средств:

Как видно из этого соотношения, страховая премия должна содержать две составляющие. Первая составляющая, предназначенная для создания страхового фонда, из которого будут производиться выплаты страхователям, называется нетто-премией. Вторая составляющая служит для покрытия административно-хозяйственных и аквизиционных расходов, а также для формирования плановой прибыли страхового предприятия. Эта часть страховой премии в практике страхования называется нагрузкой. Из состава плановой прибыли отдельно выделяются отчисления в резервный фонд.

Расходы страховщика складываются из следующих основных статей[[3]](#footnote-3).

1. *Издержки приобретения (аквизиционные расходы)* связаны с привлечением новых страхователей и заключением новых страховых договоров и складываются из комиссионных страхового агента, расходов на оформление и регистрацию полиса, консультации, медицинский осмотр страхователей, рекламу и т.д.
2. *Издержки сборов – это инкассационные расходы*, связанные с обслуживанием налично-денежного оборота поступления страховых платежей. Это расходы на изготовление бланков квитанций о приеме страховых платежей и учетных регистров (книг, ведомостей, справок и т.п.).
3. *Административные издержки* включают в себя расходы по обеспечению функционирования страховой компании (зарплата, аренда, плата за коммунальные услуги, налоги, плата за лицензию и т.п.), а также иные расходы, не вошедшие в предыдущие пункты.

Размер нагрузки определяется тарифной политикой и конкуренцией на рынке. Кроме того, в состав премии должна быть заложена прибыль от страховой деятельности. В структуре брутто-премии на нагрузку приходится в среднем 20-40% страхового взноса в зависимости от вида страхования, в том числе 80-90% от величины нагрузки приходится на покрытие расходов страховой компании; 10-20% – на формирование прибыли.

Расчет нагрузки производится на основе имеющихся данных бухгалтерского учета и учета затрат страховщика. Если нагрузка *f* составляет долю от страховой брутто-премии, то брутто-премия определяется следующим соотношением:

, (7.1)

где ** – нетто-премия,

** – брутто-премия.

***Пример 7.1.*** При страховании определены рисковая премия и рисковая надбавка:  *у.е.*,  *у.е.* Найти брутто-премию, если нагрузка на ведение дел составляет 20% от тарифа.

***Решение.***

По условию задачи определим нагрузку и нетто-премию: ;

 *у.е.*

По формуле (7.1) брутто-премия составит:

 *у.е.*

## 4. Демонстрационный вариант типовых средств текущего контроля (расчетные задания, вопросы для устного опроса)

**Расчетные задания**

**Задача 1.** На страховом рынке данный риск страхуют две компании. Портфель одной из них содержит 100 одинаковых договоров. У другой в портфеле 225 договоров. Какую рисковую премию и какую нетто-премию назначит каждый страховщик, если страховая сумма равна 5000 у.е., вероятность страхового случая составляет 0,04, имущество уничтожается полностью, и, соответственно, ущерб полностью компенсируется. Страховщики обязаны обеспечить вероятность выживания 99%, не имея начального капитала и не прибегая к перестрахованию.

**Задача 2.** При возникновении страхового случая (*q*=0,01) величина ущерба распределена дискретно:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *B* | 40 | 45 | 50 | 60 |
| *P* | 0,5 | 0,2 | 0,2 | 0,1 |

Найти математическое ожидание и дисперсию величины ущерба *X*, если

1. ущерб компенсируется полностью;
2. объявлена условная франшиза 42 у.е.
3. объявлена безусловная франшиза 42 у.е.

**Задача 3.** Страховая компании должна решить вопрос о принятии риска: 150 страхователей со страховыми суммами 40000 у.е. в каждом договоре и с вероятностью страхового случая 0,003 (страховая сумма при наступлении страхового случая выплачивается полностью). Исследовать ситуацию.

***Критерии оценивания:***

* *оценка «отлично*» выставляется, если студент корректно произвел расчеты, демонстрирует наличие глубоких исчерпывающих знаний; правильные, уверенные действия по применению знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе;
* *оценка «хорошо*» выставляется, если студент корректно произвел расчеты, демонстрирует наличие твердых и достаточно полных знаний, правильные действия по применению знаний на практике;
* *оценка «удовлетворительно*» выставляется, если студент произвел расчеты с некоторыми неточностями (ошибками); демонстрирует наличие твердых знаний, изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов; в целом правильные действия по применению знаний на практике;
* *оценка «неудовлетворительно*» выставляется, если студент не принимал участия в решении заданий, демонстрирует непонимание сущности вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.

**Вопросы для устного опроса**

1. Дать определение актуарных расчетов и профессии актуарий.
2. В чем заключается принцип эквивалентности обязательств страховщика и страхователя?
3. Что такое тарификационная система и в чем заключается необходимость ее создания?
4. Какие случайные величины рассматриваются в моделях актуарной математики и с помощью каких основных распределений их можно описать?
5. Структура тарифной ставки.
6. Какой принцип лежит в основе расчета рисковой премии?
7. Что такое рисковая надбавка и в чем ее назначение?
8. Какое вероятностное утверждение лежит в основе вычисления рисковой надбавки?
9. Что включает нагрузка на издержки страховой компании и как рассчитать буртто-премию?
10. В чем заключаются проблемы устойчивости и конкурентоспособности страховой компании?
11. Что такое франшиза в страховании?
12. Что такое лимит ответственности?
13. Какие формы и виды франшизы существуют?
14. Что такое перестрахование? Виды перестраховочных договоров?
15. Роль перестрахования в повышении устойчивости цедента и размере его ожидаемой прибыли?
16. Что такое страховой резерв и в чем необходимость его наличия?
17. Виды страховых резервов.

***Критерии оценивания:***

* оценка «отлично» выставляется студенту, если изложенный материал фактически верен, продемонстрированы глубокие исчерпывающие знания в объеме пройденной программы в соответствии с поставленными программой курса целями и задачами обучения, изложение материала при ответе - грамотное и логически стройное;
* оценка «хорошо» выставляется студенту, если продемонстрированы твердые и достаточно полные знания в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с целями обучения; материал изложен достаточно полно с отдельными логическими и стилистическими погрешностями;
* оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если продемонстрированы твердые знания в объеме пройденного курса в соответствие с целями обучения, ответ содержит отдельные ошибки, уверенно исправленные после дополнительных вопросов;
* оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если ответы не связаны с вопросами, допущены грубые ошибки в ответе, продемонстрированы непонимание сущности излагаемого вопроса, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.

# 5. Вопросы к экзамену

1. Определение, цели и задачи актуарных расчетов.
2. Основные сведения о профессии актуарий. Актуарное дело в России.
3. Основные термины страхования и актуарных расчетов.
4. Задачи актуария в страховой компании.
5. Решающее правило Байеса. Риск поставщика и потребителя.
6. Структура страховой премии и страхового тарифа.
7. Риск страхователя и риск страховщика. Изменение цены денег.
8. Принцип эквивалентности обязательств сторон.
9. Анализ риска страховщика и путей его снижения. Проблемы устойчивости и конкурентоспособности страховой компании.
10. Элементы теории вероятностей. Случайная величина и закон ее распределения. Числовые характеристики случайных величин.
11. Некоторые законы распределения, используемые для моделирования числа страховых случаев и величины ущерба при наступлении страхового случая.
12. Центральная предельная теорема.
13. Элементарные актуарные задачи. Оценка вероятности наступления страхового случая.
14. Единовременная рисковая премия.
15. Частичный ущерб. Убыточность.
16. Пример комбинированного страхования.
17. Страхование ответственности владельца автомобиля.
18. Пример распределенного риска.
19. Рисковая надбавка, коэффициент вариации страховых выплат.
20. Участие страхователя в возмещении ущерба. Основные схемы принятия риска страховщика.
21. Франшиза: абсолютная и относительная, условная и безусловная. Эффект введения франшизы для величины страхового платежа. Введение лимита ответственности.
22. Практический расчет тарифных ставок по рисковым видам страхования.
23. Расчет тарифных ставок на основе данных по закончившимся договорам страхования.
24. Определение величины рисковой надбавки для малых выборок.
25. Особенности расчета тарифных ставок при подготовке нового страхового продукта.
26. Брутто-премия и брутто-ставка.
27. Традиционные задачи оценки риска страховщика. Степень риска. Актуарные задачи на определение размера возмещения в зависимости от условий договора.
28. Сущность и разновидности договоров перестрахования.
29. Виды страховых резервов. Методы расчета резерва незаработанной премии в зависимости от условий договора.

## 6. Рекомендуемая литература и ресурсы сети Интернет

**Основная литература**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Рябикин В. И., Тихомиров С. Н., Баскаков В. Н., Тихомиров Н. П., Рябикин В. И. | Страхование и актуарные расчеты: учеб. | М.: Экономистъ, 2006 |
| Кокина Е. П., Трегубова А. А. | Основы актуарных расчетов: учеб. пособие | Ростов н/Д: Изд-во РГЭУ (РИНХ), 2014 |
| Корнилов И. А. | Основы страховой математики: учебное пособие.  <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114488> | Москва: Юнити- Дана, 2012 |

**Дополнительная литература**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Миронкина Ю. Н., Звездина Н. В., Скорик М. А., Иванова Л. В. | Актуарные расчеты | М.: Юрайт, 2015 |
| Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж., Бауэрс Н. | Актуарная математика: пер. с англ. | М.: Янус-К, 2001 |
| Фалин А. И., Фалин Г. И. | Актуарная математика в задачах.  <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83041> | Москва: Физматлит, 2003 |
| Журнал "Страховое дело" | |  |

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"**

|  |
| --- |
| Ассоциация профессиональных актуариев. - Режим доступа: <http://www.actuary.ru/ru/> |
| Гильдия актуариев. - Режим доступа: <http://www.guildofactuaries.ru> |

**Учебное издание**

**Кокина** Елена Павловна

***Основы актуарных расчетов***

*Методические указания по изучению дисциплины*

*Направление 38.03.01 «Экономика»*

*Профиль 38.03.01.11 «Анализ и управление рисками»*

*Направление 38.04.01 «Экономика»*

*Магистерская программа 38.04.01.05*

*«Управление рисками организаций и финансовых институтов»*

Корректор, верстка, макетирование \_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Изд. № \_\_\_/\_\_\_\_. Подписано к использованию \_\_.\_\_.2020

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

344002, Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 69, РГЭУ (РИНХ), а. 152

Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ)





1. Источник: *Кокина, Е.П., Трегубова, А.А.* Основы актуарных расчетов. Учебное пособие [Текст]. − Ростов н/Д.: Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2014. – 90 с. [↑](#footnote-ref-1)
2. Методики расчета тарифных ставок по рисковым видам страхования, утвержденные распоряжением Федеральной службы Российской Федерации по надзору за страховой деятельностью № 02-03-36 от 08.07.1993. [↑](#footnote-ref-2)
3. Общее страхование. Рекомендован Российской Гильдией актуариев (предоставлен Институтом и Факультетом актуариев Великобритании). Перевод с английского А.Л. Лельчука. URL:<http://www.actuary-al.ru/index.php?sp=h0413>/ [↑](#footnote-ref-3)