МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РОСТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ (РИНХ)

Калугян К. Х., Хубаев Г. Н.

ТЕОРИЯ СИСТЕМ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Ростов-на-Дону
2016

УДК 004 (075)
ББК 22.161
К 17

Калугян К. Х., Хубаев Г. Н.
К 17 Теория систем и системный анализ : учеб. пособие. – Ростов н/Д : издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2016. – 77 с.

ISBN 978–5–7972–2245–3

Учебное пособие подготовлено для обучающихся по направлениям специалитета, бакалавриата и магистратуры всех форм обучения, изучающих дисциплины «Теория систем и системный анализ», «Системный анализ», «Основы системного анализа». В пособии представлены материалы по каждой теме дисциплины, примеры решения задач, варианты для самостоятельной (контрольной) работы, контрольные вопросы по дисциплине, перечень используемой и рекомендуемой литературы.

УДК 004 (075)
ББК 22.161

Рецензенты:

Тищенко Е. Н., д. э. н., зав. кафедрой информационных технологий и защиты информации РГЭУ (РИНХ);

Котлярова Н. А., к. э. н., зав. кафедрой экономики и финансов Южно-Российского гуманитарного института.

Утверждено в качестве учебного пособия редакционно-издательским советом РГЭУ (РИНХ).

ISBN 978–5–7972–2245–3

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 4

1. Основы системного анализа 5

2. Общие вопросы теории систем..7

3. Общие вопросы теории управления 13

4. Анализ систем с использованием методов, направленных на активизацию использования интуиции и опыта специалистов 15

4.1. Экспертные методы 15

4.2. Методы поиска идей..23

5. Анализ систем с использованием методов автоматической классификации..26

6. Анализ динамики систем 35

7. Анализ систем с использованием методов дискретной математики 40

8. Анализ систем с использованием Марковских случайных процессов 43

8.1. Случайные процессы с дискретным временем 46

8.2. Случайные процессы с непрерывным временем 50

9. Анализ систем с использованием теории массового обслуживания...55

10. Формализованный анализ предметной области 62

11. Сравнительный анализ систем по критерию функциональной полноты...69

Контрольные вопросы по дисциплине 72

Список рекомендуемых источников 74

ВВЕДЕНИЕ

Учебная дисциплина «Теория систем и системный анализ» предназначена для базовой общенаучной подготовки.

Целью курса «Теория систем и системный анализ» является ознакомление обучающихся с основными теоретическими понятиями теории систем и теории управления системами, а также применение методов системного анализа для решения различного рода задач. Курс одновременно обеспечивает обучающимся общенаучную подготовку, достаточную для реализации систем поддержки принятия решений в различных сферах экономики.

Освоение курса предусматривает ознакомление с теоретическими основами предмета и выработку практических навыков применения методов системного анализа.

Обучающийся должен *знать* методы и модели теории систем, теории управления и системного анализа. Обучающийся должен *уметь* выбирать методы моделирования систем, структурировать и анализировать цели и функции систем управления, проводить системный анализ прикладной области. Обучающийся должен *владеть* навыками работы с инструментами системного анализа.

Изучив дисциплину, обучающийся должен [11]:

– развить системное мышление;

– научиться анализировать сложные ситуации;

– научиться ставить задачи, формировать варианты решений и выбирать из них лучшее, наиболее соответствующее поставленным целям с учетом условий;

– уметь использовать методы системного анализа, приемы и принципы моделирования систем для решения различного рода задач.

1. ОСНОВЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

Задачи создания сложных систем и анализа процессов управления привели к возникновению новых научных направлений, одним из ведущих среди которых является *системный анализ*.

Системный анализ – это совокупность методологических средств, используемых для подготовки и обоснования решений по сложным проблемам различного характера: научным, экономическим, управленческим, социальным, техническим, политическим, военным [5, 6, 11, 29].

Системный анализ служит способом упорядочивания и более эффективного использования знаний, опыта и интуиции специалиста в процессе постановки целей и принятия решений по возникающим проблемам.

Этапы системного анализа:

1) постановка задачи, цели, задание критериев для изучения объекта и управления им;
2) выделение исследуемой системы и ее структуризация;
3) составление математической модели изучаемой системы [29].

Важные принципы системного анализа:

– процесс принятия решений начинается с выявления и четкого формулирования конечных целей;

– необходимо рассматривать всю проблему как целое, как единую систему и выявлять все последствия и взаимосвязи каждого частного решения;

– необходимо выявлять и анализировать возможные альтернативные пути достижения цели;

– цели отдельных подразделений (результаты решения локальных задач) не должны вступать в конфликт с целями всей системы [11, 29].

Центральная процедура в системном анализе:

– построение обобщенной модели (системы моделей), отображающей факторы и взаимосвязи реальных ситуаций, которые могут проявляться в процессе осуществления решений;

– полученная модель должна исследоваться на адекватность изучаемой реальности, на чувствительность к разным нежелательным внешним воздействиям;

– чтобы выбрать какой-то вариант решений из нескольких сопоставимых, необходимо располагать количественными и качественными оценками последствий реализации каждого из вариантов [11, 29].

2. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ СИСТЕМ

Термин «система» используют в тех случаях, когда хотят охарактеризовать исследуемый или проектируемый объект как нечто целое, сложное, о котором невозможно сразу дать представление.

Существует несколько десятков определений этого понятия, которые в своем развитии претерпели ряд дополнений [5, 6, 8, 18, 19, 29].

Система – это элементы (части, компоненты) и связи (отношения) между ними (рис. 1).

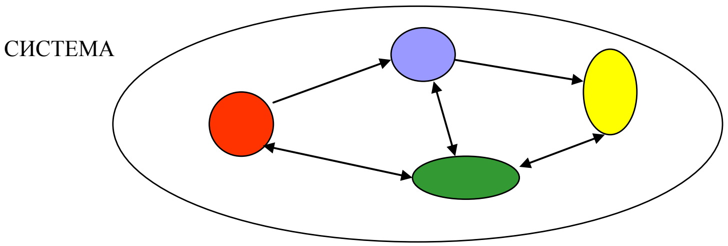


Рисунок 1 – **Система**

Далее для уточнения *элементов* и *связей* в определения включают *свойства* (параметры, признаки, характеристики) (рис. 2).

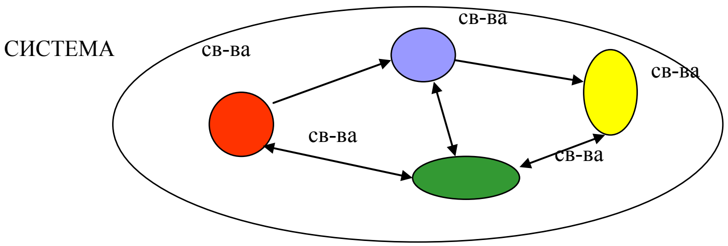


Рисунок 2 – **Элементы и связи системы со свойствами**

Затем в определениях системы появляется понятие *цель* (рис. 3).

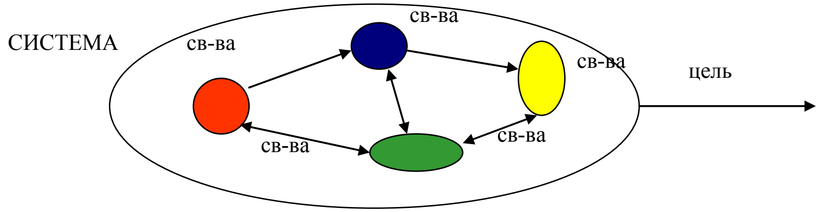


Рисунок 3 – **Система с целью**

И, наконец, в определение системы начинают включать *наблюдателя*, т.е. лицо, представляющее объект или процесс в виде системы при ее исследовании или принятии решения (рис. 4).

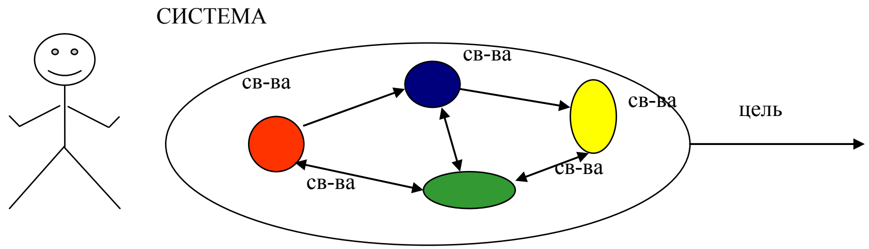


Рисунок 4 – **Система с целью и наблюдателем**

Понятия, входящие в определение системы, тесно связаны между собой, определяются одно через другое, уточняя друг друга [5, 6, 8, 18, 29].

Элемент – это простейшая, неделимая часть системы.

Подсистема – это относительно независимая часть системы, обладающая свойствами системы, и в частности, имеющая подцель, на достижение которой она ориентирована (рис. 5).

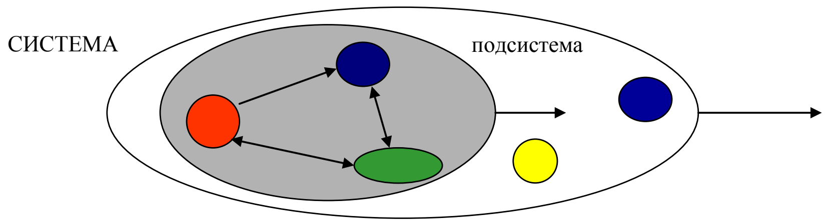


Рисунок 5 – **Подсистема в системе**

Компонент – просто совокупность однородных элементов (рис. 6).

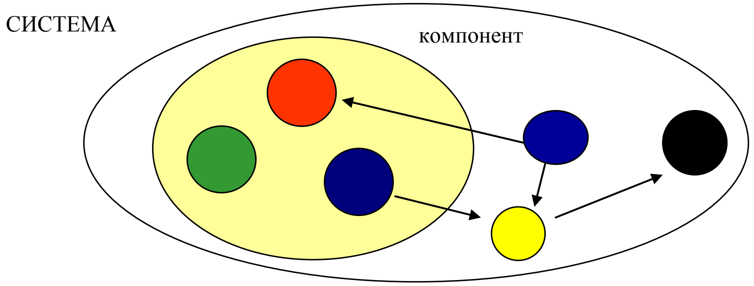


Рисунок 6 – **Компонент в системе**

Понятие ***связь*** обеспечивает возникновение и сохранение целостных свойств системы и одновременно характеризует и строение, и функционирование системы.

Понятие *цель* и связанные с ним понятия целесообразности, целенаправленности лежат в основе развития системы. ***Цель системы*** – это определенное, желаемое (заданное извне или установленное самой системой) состояние ее выходов, т.е. некоторое значение или подмножество значений функции системы [5, 6, 8, 18, 29].

Структура отражает определенные взаимосвязи, взаиморасположение составных частей системы, ее устройство (строение) (рис. 7).

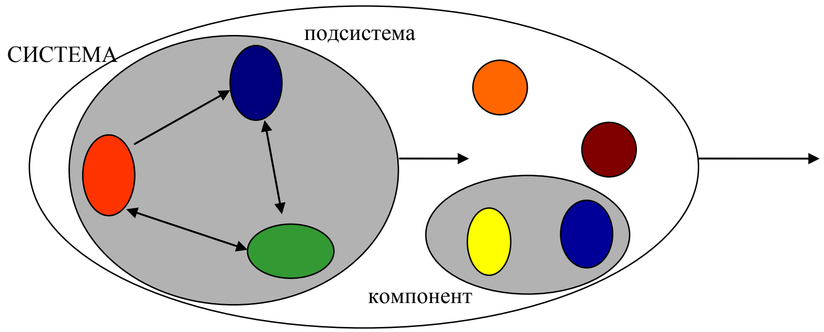


Рисунок 7 – **Структура системы**

Процессы, происходящие в сложных системах, не сразу удается представить в виде математических соотношений или алгоритмов.

Поэтому для того чтобы охарактеризовать стабильную ситуацию или ее изменения, используют специальные термины [5, 6, 8, 15, 18, 19, 29].

- ***Состояние*** – мгновенный «срез» системы, остановка в ее развитии.
- ***Переход*** – это изменение значения какой-либо переменной, влияющей на состояние системы.
- ***Преобразование*** – это общий случай множества *переходов* для некоторого множества переменных.
- ***Поведение*** – это способность системы переходить из одного состояния в другое.
- ***Равновесие*** – это способность системы в отсутствии внешних возмущающих воздействий сохранять свое состояние сколь угодно долго.
- ***Устойчивость*** – это способность системы возвращаться в состояние равновесия после того, как она была из этого состояния выведена под влиянием внешних (или внутренних) возмущающих воздействий.
- ***Функция*** системы – это характеристика, определяющая изменение состояний системы. Функция системы, определяющая состояние выходов, называется *целевой функцией.*

Системы подразделяют на классы по различным признакам, и в зависимости от решаемой задачи можно выбирать разные ***принципы классификации:***

- по виду отображаемого объекта (технические, биологические, экономические, социальные и др.);
- по виду научного направления, используемого для их моделирования (математические, физические, химические и др.);
- детерминированные и стохастические;
- открытые и закрытые;
- абстрактные и материальные;
- статические и динамические [5, 6, 8, 18, 29].

Анализ и синтез систем

<u>Анализ</u> (др.-греч. – разложение, расчленение) – операция мысленного или реального расчленения целого (вещи, свойства, процесса или отношения между предметами) на составные части, выполняемая в процессе познания или предметно-практической деятельности человека [1, 34].

Метод анализа позволяет получить необходимую информацию о структуре объекта исследования, а также выделить из общей массы фактов те, которые непосредственно относятся к рассматриваемому вопросу.

<u>Синтез</u> (др.-греч. – соединение, складывание, связывание) – процесс соединения или объединения ранее разрозненных вещей или понятий в целое или набор [1, 34].

Синтез есть способ собрать целое из функциональных частей как антипод анализа – способа разобрать целое на функциональные части.

Анализом системы является определение ее функции на основе известной (или заданной) структуры. *Синтезом* системы является построение ее структуры, реализующей заданную функцию или класс функций.

При анализе и синтезе сложных систем важное значение имеет принцип неопределенности, согласно которому в сложных системах не может быть однозначного соответствия между структурой и функцией. Одна и та же функция в принципе может быть реализована некоторым множеством структур, и наоборот, определенная структура может с какой-то вероятностью выполнять некоторое множество функций. В лучшем случае удается выделить классы структур и классы функций, как правило, без установления взаимнооднозначного соответствия между ними.

Критерии анализа систем.

- *Функциональным критерием* называется правило, которое каждому состоянию системы приписывает некоторую оценку. Функциональный критерий показывает условия, при которых данная система не теряет своей качественной определенности.

- *Критерий цели* позволяет оценивать состояния выходов системы, сравнить их с целью, измерить расстояние до нее.
- *Критерий выживания* определяет область допустимых линий поведения системы, т.е. условия, при которых определяющие параметры системы не выходят за некоторые заданные или допустимые критические пределы. Система «выживает» – это значит, что, не смотря на возмущения, сохраняются те свойства (характеристики), в соответствии с которыми данное множество элементов было выделено в качестве системы. Критерий выживания тесно связан с понятием устойчивости системы [29].

Методы моделирования и анализа систем [3, 7, 20, 24, 29]:

- ✓ методы формализованного представления систем;
- ✓ методы, направленные на активизацию использования интуиции и опыта специалистов.

Методы формализованного представления систем:

- аналитические (методы классической математики, методы математического программирования, методы теории игр);
- стохастические (теория вероятности, математическая статистика, теория массового обслуживания, методы статистического и имитационного моделирования);
- логические, методы дискретной математики;
- графические.

Методы, направленные на активизацию использования интуиции и опыта специалистов:

- методы типа «мозговой атаки» или коллективной генерации идей;
- методы типа «дерева целей»;
- методы экспертных оценок;
- морфологические методы.

3. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

Содержание кибернетики как науки об управлении связано с исследованием общих проблем и законов управления, поиском путей и методов оптимизации процессов управления и построением наиболее совершенных управляющих структур, обеспечивающих максимальную эффективность функционирования системы при движении ее к заданной цели.

Управление – осуществление совокупности воздействий на объект, выбранных из множества возможных воздействий (на основании программы управления и информации о поведении объекта и состоянии среды) и направленных на поддержание или улучшение функционирования объекта для достижения заданной цели [2, 12, 13].

Система управления – система, в которой реализуются перечисленные выше функции управления (рис. 8) [2, 12, 13].

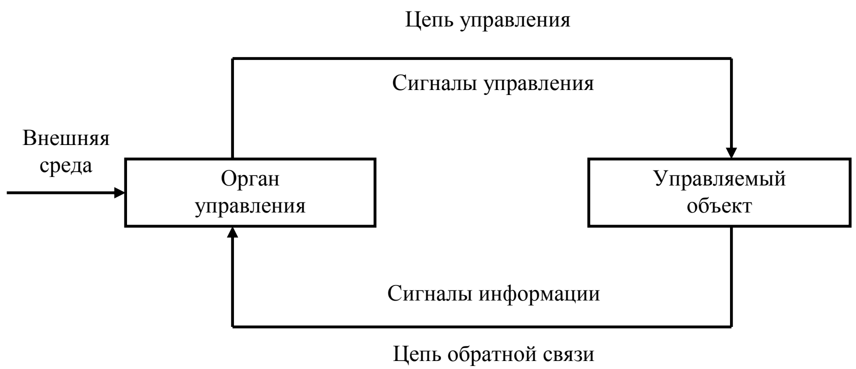


Рисунок 8 – **Схема системы управления с цепью обратной связи**

В системе управления всегда можно выделить две подсистемы: *управляющую и управляемую.* Первая осуществляет собственно функции управления, вторая является объектом управления.

Воздействие руководителя на управляемую систему может осуществляться различными способами.

Средства передачи сигналов управления образуют *цепь управления системой* или *прямую цепь* воздействия на управляемый объект.

Целесообразное управление системой невозможно, если руководитель не знает состояния системы, не имеет возможности контролировать (периодически или непрерывно) фактическое состояние системы и выполнение команд управления [2, 12, 13].

Руководитель по каналу *обратной связи* должен получать информацию о фактическом поведении управляемой системы, сравнивает ее с требуемым режимом работы, принимает соответствующие решения и посылает по цепи управления (*прямая цепь*) соответствующие команды – управляющую информацию.

Обратная связь может реализовываться в виде непосредственной связи между выходом и входом всей системы *(глобальная обратная связь)* или выходом и входом любой части системы *(локальная обратная связь).*

Обратная связь может быть положительной и отрицательной.

Положительная обратная связь – это связь, при которой сигналы информации, поступающие на вход системы по цепи обратной связи, действуют на систему в том же направлении, что и основные управляющие команды.

Отрицательная обратная связь – это связь, при которой сигналы информации, поступающие на вход системы по цепи обратной связи, действуют на систему в направлении, противоположном основным управляющим командам [2, 12, 13, 29].

4. АНАЛИЗ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ, НАПРАВЛЕННЫХ НА АКТИВИЗАЦИЮ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНТУИЦИИ И ОПЫТА СПЕЦИАЛИСТОВ

4.1. Экспертные методы

Экспертные методы давно и широко используются при подготовке решений в наиболее сложных и плохо формализованных областях. Они ориентированы на использование эвристических возможностей человека и позволяют на основе знаний, опыта и интуиции специалистов, работающих в конкретной области, получить оценку исследуемых явлений.

Организация работы с экспертами должна быть направлена на уменьшение нежелательного постороннего влияния на результаты экспертизы. Экспертные методы не являются строго формализованными. Результаты работы экспертной группы неизбежно будут содержать отпечаток субъективизма, включаемого как самими экспертами, так и организаторами экспертного опроса [4, 14, 23, 26, 27, 29].

Области применения экспертных методов:

- при принятии решений по сложным проблемам различного характера;
- при организации научных исследований;
- для оценки деловых качеств специалистов;
- при анализе факторов, влияющих на сложные (экономические, социальные) процессы;
- в системе образования, для оценки качества обучения.

Метод групповых экспертных оценок

Наибольшее распространение среди экспертных методов получил метод групповых экспертных оценок (ГЭО, метод Дельфи, коллективная экспертная оценка).

Метод Дельфи (дельфийский метод, дельфийская процедура) был разработан в 1950-60 гг. (1963 г.) в США для прогнозирования влияния будущих научных разработок на методы ведения войны.

Разработан корпорацией RAND. Авторами считаются Olaf Helmer, Norman Dalkey и Nicholas Rescher. Название метод получил от древнегреческого города Дельфы, который славился своими авгурами – жрецами-оракулами, которые предсказывали будущее по полету птиц и поведению животных [34].

Метод Дельфи целесообразно[1] использовать для получения обоснованного согласованного мнения группы экспертов относительно состава и степени значимости включаемых в рассмотрение факторов. Потенциальные достоинства этого метода заключаются в предоставляемой специалистам возможности рассматривать возражения и предложения других членов экспертной группы в атмосфере, свободной от влияния личных качеств участников. С помощью метода Дельфи делается попытка эффективно использовать так называемое «информированное интуитивное суждение» специалиста-эксперта, путем совпадения таких условий, когда он сможет активно взаимодействовать с другими специалистами в этой области или в областях, касающихся прочих аспектов этой проблемы. При этом непосредственное общение специалистов друг с другом заменяется тщательно разработанной программой последовательных индивидуальных опросов, проводимых, как правило, с помощью анкет. Эти опросы чередуются с постоянным информированием специалистов о результатах предыдущего опроса.

В основе метода групповых экспертных оценок лежат следующие утверждения:

1) экспертная оценка имеет вероятностный характер и основывается на способности эксперта давать информацию – оценку в условиях неопределенности, то есть тогда, когда полнота и / или достоверность информации, необходимые для принятия решений, сравнительно невелики;

2) считается, что когда оценку дает не один, а несколько экспертов, то истинное значение исследуемой характеристики находится внутри

---
[1] Хубаев Г.Н. Об одном методе получения и формализации априорной информации при отборе значимых факторов // Сб. докладов итоговой науч. конф. Рост. инс-та народн. хоз-ва. Вып. 1. Ростов н/Д, 1973. С. 238–244.

диапазона оценок отдельных экспертов, то есть обобщенное коллективное мнение более достоверно (исключение: случаи, когда группа экспертов существенно неоднородна по уровню компетентности);

3) отбор экспертов, процедура общения с ними и обработка экспертных оценок должны проводиться по строго определенному алгоритму [4, 14, 23, 26, 27, 29].

Субъекты экспертизы:

✓ группа исследователей, ученых, экспертов в определенной предметной области;

✓ организационная группа – сводит мнения экспертов воедино.

Этапы получения коллективных (групповых) экспертных оценок:

1) формирование цели экспертизы и вопросов для экспертов;

2) формирование правил проведения опроса;

3) формирование группы экспертов;

4) выбор способа оценки компетентности экспертов;

5) формирование правил обработки мнений экспертов;

6) проведение опроса и определение групповой экспертной оценки;

7) определение степени согласования мнений экспертов.

Последовательность шагов экспертизы:

Шаг 1. Организаторы экспертизы предоставляют каждому эксперту информацию по проблеме в виде сформулированной цели опроса и анкеты, включающей совокупность оцениваемых факторов или событий.

Шаг 2. Каждый эксперт **независимо** от других решает сформулированную задачу.

Шаг 3. Организаторы опроса проводят статистическую обработку анкет и формируют коллективное суждение экспертной группы, выявляют и обобщают аргументы, соответствующие различным суждениям.

Шаг 4. Полученная в результате обработки информация вместе с начальной информацией сообщается экспертам; участников экспертизы просят объяснить причины несогласия с коллективным суждением и при желании пересмотреть первоначальную точку зрения.

Шаг 5. Повторение опроса с целью сужения диапазона экспертных оценок. Процедуру (цикл экспертизы) повторяют 3–4 раза до установления стабильности в суждении экспертов.

Необходимо **исключительно осторожно** относиться к любым попыткам упростить порядок экспертизы, сократить число туров, изменить анкеты, так как это может свести на «нет» все усилия по проведению экспертизы [4, 14, 23, 26, 27, 29].

Свойства, определяющие качество эксперта:

- компетентность:
- профессионализм;
- квалиметричность (наличие опыта участия в экспертизах);
- заинтересованность / незаинтересованность в результатах экспертизы;
- деловитость, собранность, умение работать в коллективе;
- объективность.

Определение степени согласованности мнений экспертов

Способ согласования. Связь между рангами факторов определяется с помощью коэффициента ранговой корреляции Спирмена (показывает тесноту связи между элементами, степень согласованности) для каждой пары экспертов [11, 29]:

$$\rho_{AB} = 1 - \frac{6 \times \sum (t_j)^2}{n^3 - n}, \qquad (1)$$

где n – число факторов;

tj – разность значений рангов по каждому фактору для пары экспертов.

$$-1 \le \rho \le 1.$$

Рассчитанные коэффициенты сводятся в матрицу. Матрица коэффициентов ранговой корреляции ρ_{ij} показывает тесноту связи между i и j экспертами. Она имеет размерность эксперт на эксперт, симметрична относительно диагонали, диагональ состоит из единиц (степень согласованности эксперта с самим собой – максимальна). Матрица ρ преобразовывается в матрицу ρ^0 по следующему принципу:

$$\rho^0 = \begin{cases} 1, если\, \rho \ge \varepsilon_\rho \\ 0, если\, \rho < \varepsilon_\rho \end{cases}, \quad (2)$$

где ε_ρ – пороговое значение для матрицы коэффициентов ранговой корреляции.

По матрице ρ^0 строится граф согласованности мнений экспертов. На основе графа делается вывод [11, 29].

Способ рассогласования. Мера близости (расстояние) Кемени между всеми ранжированиями (степень рассогласования) определяется по формуле:

$$d_{A,B} = \frac{1}{2} \times \sum_i \sum_j \left| A_{ij} - B_{ij} \right|, \quad (3)$$

где A_{ij}, B_{ij} – матрицы упорядочения в канонической форме для экспертов A и B соответственно, которые получаются по следующему принципу [11, 29]:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, если\ i\ предпочтительнее\ j \\ -1, если\ j\ предпочтительнее\ i \\ 0, если\ i = j \end{cases}. \quad (4)$$

d > 0, четное.

Рассчитанные расстояния Кемени сводятся в матрицу рассогласования *d*. Она имеет размерность эксперт на эксперт, симметрична относительно диагонали, диагональ состоит из нулей (степень рассогласованности эксперта с самим собой – минимальна). Сумма элементов по каждой строке матрицы – величина рассогласования соответствующего эксперта со всеми остальными. Сумма величин рассогласования всех экспертов – общая величина рассогласования. Ее стабилизация сигнализирует о возможности завершения экспертизы.

Матрица d преобразовывается в матрицу d^0 по следующему принципу:

$$d^0 = \begin{cases} 1, если\ d \le \varepsilon_d \\ 0, если\ d > \varepsilon_d \end{cases}. \quad (5)$$

где ε_d – пороговое значение для матрицы рассогласования.

По матрице d^0 строится граф согласованности мнений экспертов. На основе графа делается вывод [11, 29].

Опросы прекращаются, когда величина рассогласования (общая степень рассогласования) между мнениями экспертов стабилизируется. Обычно это достигается после третьего, четвертого тура опроса (рис. 9).

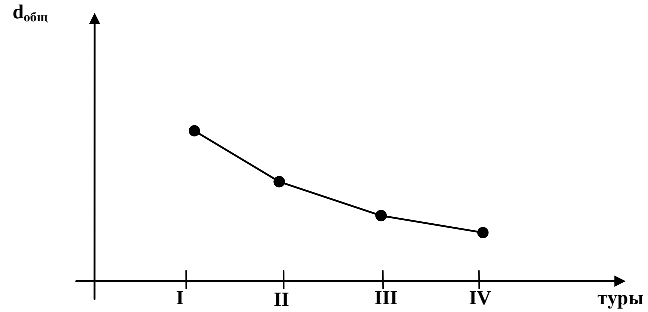


Рисунок 9 – **Графическое представление общей величины рассогласования**

В результате может возникнуть одна из следующих ситуаций:

a) ответы большинства экспертов образуют однородную группу (причем состав этой группы остается стабильным при различных разбиениях); отдельные эксперты с резко отличающимся мнением образуют единичные или малочисленные группы;

b) помимо единичных групп выделяется несколько стабильных, четко организованных групп;

c) образуются нестабильные группы; ответы экспертов приблизительно равномерно рассеяны в пространстве факторов.

В случае «a» выделенная группа может приниматься за эталон, и на ее основе производится упорядочивание факторов в соответствии с коллективным мнением. Случай «b» позволяет выдвинуть гипотезу о неоднородности коллектива экспертов. В этом случае нужно выявить объективные причины, обусловившие эту неоднородность. При этом строится упорядоченная последовательность факторов для каждой выделенной группы экспертов.

Ситуация «с» означает, что некорректно сформулирована проблема, неудачно выбран набор факторов в анкете, существенно неоднороден и / или некомпетентен коллектив экспертов, либо и то, и другое, и третье вместе. В этом случае возможны следующие варианты решения:

- ✓ переработать анкеты и повторить опрос;
- ✓ изменить состав экспертной группы;
- ✓ ранжировать только те факторы, по которым имеется высокая степень согласования [4, 14, 23, 26, 29].

Практическое задание

Задача 1

Дана матрица результатов ранжирования экспертами некоторого показателя. Определить степень согласованности мнений экспертов по способам согласования и рассогласования, используя соответствующие пороговые значения.

	A	***B***	***C***	***D***
1	1	3	1	1
2	2	2	3	3
3	5	4	4	5
4	4	5	5	4
5	3	1	2	2

$\varepsilon_\rho = 0{,}7$

$\varepsilon_d = 4$

Решение

Способ согласования:

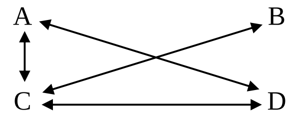
$$\rho_{A,B} = 1 - \frac{6 \times ((1-3)^2 + (2-2)^2 + (5-4)^2 + (4-5)^2 + (3-1)^2)}{5^3 - 5} = 0{,}5.$$

ρ	***A***	***B***	***C***	***D***
A	1	0,5	0,8	0,9
B	0,5	1	0,7	0,6
C	0,8	0,7	1	0,9
D	0,9	0,6	0,9	1

$\varepsilon_\rho = 0{,}7$

ρ^0	***A***	***B***	***C***	***D***
A	1	0	1	1
B	0	1	1	0
C	1	1	1	1
D	1	0	1	1

Граф согласованности мнений экспертов:



Способ рассогласования:

A	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	1	1	1	1
2	-1	0	1	1	1
3	-1	-1	0	-1	-1
4	-1	-1	1	0	-1
5	-1	-1	1	1	0

B	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	-1	1	1	-1
2	1	0	1	1	-1
3	-1	-1	0	1	-1
4	-1	-1	-1	0	-1
5	1	1	1	1	0

C	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	1	1	1	1
2	-1	0	1	1	-1
3	-1	-1	0	1	-1
4	-1	-1	-1	0	-1
5	-1	1	1	1	0

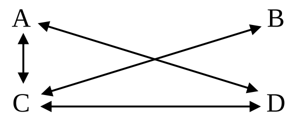
D	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	1	1	1	1
2	-1	0	1	1	-1
3	-1	-1	0	-1	-1
4	-1	-1	1	0	-1
5	-1	1	1	1	0

d	***A***	***B***	***C***	***D***	∑
A	0	8	4	2	14
B	8	0	4	6	18
C	4	4	0	2	10
D	2	6	2	0	10
					52

$\varepsilon_d = 4$

d^0	***A***	***B***	***C***	***D***
A	1	0	1	1
B	0	1	1	0
C	1	1	1	1
D	1	0	1	1

Граф согласованности мнений экспертов:



Варианты для самостоятельной работы 1

Дана матрица результатов ранжирования экспертами некоторого показателя. Определить степень согласованности мнений экспертов по способам согласования и рассогласования, используя соответствующие пороговые значения.

Вариант 1.1.

	A	***B***	***C***	***D***
1	3	3	1	3
2	1	1	4	4
3	2	5	5	5
4	5	2	2	1
5	4	4	3	2

$\varepsilon_\rho = 0{,}7$

$\varepsilon_d = 4$

Вариант 1.2.

	A	***B***	***C***	***D***
1	3	5	3	1
2	2	2	2	5
3	1	1	4	4
4	5	4	1	2
5	4	3	5	3

$\varepsilon_\rho = 0{,}7$

$\varepsilon_d = 4$

Вариант 1.3.

	A	***B***	***C***	***D***
1	2	1	5	4
2	4	2	4	1
3	1	3	3	2
4	3	4	2	5
5	5	5	1	3

$\varepsilon_\rho = 0{,}5$

$\varepsilon_d = 6$

Вариант 1.4.

	A	***B***	***C***	***D***
1	1	3	4	3
2	3	1	1	5
3	2	2	2	4
4	5	4	5	1
5	4	5	3	2

$\varepsilon_\rho = 0{,}7$

$\varepsilon_d = 4$

4.2. Методы поиска идей

Методы поиска идей (выработки альтернатив):

✓ мозговая атака (мозговой штурм);

✓ морфологический анализ (морфологические карты).

4.2.1 Мозговая атака

Назначение, цель

Стимулировать группу лиц к быстрому генерированию большого количества идей (альтернатив, вариантов). Мозговую атаку можно рассматривать как чрезвычайно быстрый способ генерирования необходимого разнообразия идей, которые могут служить основой для выработки (поиска) решений [29].

Реализация:

➢ отобрать группу лиц для генерации идей;

➢ ввести правило, запрещающее критиковать любую идею, какой бы сомнительной, нереальной она ни казалась, и довести до сознания участников, что:

✍ приветствуются любые идеи;

✍ нужно как можно больше идей;

✍ участники должны пытаться комбинировать и усовершенствовать идеи, предложенные другими;

➢ зафиксировать выдвинутые идеи и дать им оценку.

Пример реализации

✍ Участников мозговой атаки разделяют на несколько групп и дают 10 минут для записи идей на карточках.

✍ Затем записи прочитываются ими вслух.

✍ При этом каждый по очереди зачитывает свои идеи, а остальные записывают на карточках возникшие под влиянием услышанного новые мысли и идеи и т.д.

Область применения, особенности

✓ Метод можно использовать на любой стадии исследования проблемы: как в начале, когда проблема еще не полностью определена, так и в конце, когда она разбита на отдельные подзадачи.

✓ Метод мозговой атаки можно использовать также для выделения значимых факторов, для выявления источников информации, при формулировании вопросов анкеты.

✓ Считается, что натолкнуться на хорошую идею можно по мере роста их числа [9, 10, 29, 33].

4.2.2. Морфологический анализ

Цель – расширить область поиска решений проблемы [17, 29].

План действий:

✍ определить функции, которые при приемлемом варианте решения должны выполняться;

✍ перечислить широкий спектр альтернативных способов осуществления каждой функции (множество частичных решений);

✍ выбрать по одному приемлемому решению для каждой функции.

Применение

✓ Морфологический анализ (морфологические карты) предназначен для стимулирования мышления и для обеспечения гарантий того, что ни одно новое решение проблемы не будет упущено.

✓ Наилучшие результаты метод морфологического анализа дает при исследовании ограниченных областей поиска.

Пример морфологической карты:

		Варианты решения				
		1	2	3	…	*n*
Функции	1					
	2					
	3					
	…					
	m					

Преимущество морфологических карт состоит в том, что для их заполнения не требуется много времени. Основная трудность заключается в определении набора функций, которые были бы:

✓ существенны для любого решения;

✓ независимы друг от друга;

✓ охватывали бы все аспекты проблемы;

✓ были достаточно немногочисленными, чтобы матрица была обозримой.

Недостатки

✓ Как для выявления функций, так и для поиска приемлемых комбинаций частичных решений требуется знание структуры проблемы.

✓ Число комбинаций очень быстро растет по мере увеличения количества функций и частичных решений [17, 29].

5. АНАЛИЗ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

Классификация (распознавание) представляет собой задачу преобразования входной информации, в качестве которой выступают некоторые признаки (параметры) распознаваемых объектов, в выходную, содержащую заключение о том, к какому классу относится распознаваемый объект [11, 16, 22, 29, 33].

Объект – предмет или явление, изучаемое в задаче.

Под классом (образом) понимают множество объектов, обладающих общими свойствами и близких по набору тех или иных признаков. Классы чаще всего обозначают буквами латинского алфавита: *A*, *B*, *C*, но также можно встретить K_1, K_2,...K_l (l – число классов).

Признаком называется количественное или качественное описание того или иного свойства исследуемого объекта (системы, явления).

Обычно в задачах автоматической классификации имеют дело с множеством объектов некоторой природы. При этом каждый объект характеризуется *n*-признаками. Значение *j*-го признака у *i*-го объекта обычно обозначают буквами латинского алфавита *Xij*, *Aij*, *Bij*.

Классификация признаков:

➢ *детерминированные* – принимают конкретные числовые значения;

➢ *вероятностные* – это признаки, случайные значения которых могут быть распределены по всем классам объектов;

➢ *логические* – элементарные высказывания, принимающие 2 значения: «ДА» или «НЕТ», 1 или 0, True или False;

➢ *структурные (лингвистические, синтаксические)* – рассматриваются как цепочка символов (предложение) [11, 16, 22, 29, 33].

Постановка задачи классификации (распознавания):

1) имеется некоторая совокупность объектов или явлений;

2) в соответствии с выбранным принципом классификации эта совокупность разделена на ряд классов (т.е. составлен алфавит классов);

3) разработан словарь признаков, на языке которого описан каждый класс объектов;

4) имеются средства, обеспечивающие измерение значений признаков;

5) имеется алгоритм (реализованный на ЭВМ), позволяющий сопоставить полученные в эксперименте (апостериорные) данные о неизвестном объекте с априорной (имеющейся ранее) информацией и на основе этого сопоставления определить, к какому классу может быть отнесен изучаемый (неизвестный) объект [11, 16, 22, 29, 33].

Этапы решения задачи классификации:

1) при появлении объекта, подлежащего классификации (распознаванию), с помощью инструментальных средств определяются значения признаков, которые предположительно характеризуют этот объект;

2) данные о значениях признаков поступают на вход алгоритма классификации, который, используя априорное описание класса, определяет, к какому классу можно отнести объект.

Типы задач, решаемых методом автоматической классификации

✓ *задачи прогнозирования качества процесса (качества продукции)* – если мы располагаем сведениями об условиях подготовки качественных и некачественных объектов, то на основании этих данных можно выработать решающее правило, которое позволит заранее распознавать возможное качество намеченного к выпуску и изготавливаемого объекта;

✓ *задачи безопасности* – имея информацию о благоприятных и неблагоприятных исходах наступления того или иного события, можно построить решающее правило, позволяющее прогнозировать неблагоприятные события (чтобы предотвратить их);

✓ *задачи надежности* – имея информацию о характере влияния различных признаков на надежность системы, можно наметить пути ее повышения (предсказание времени безотказной работы);

✓ *задачи диагностики* – технической, экономической, геологической, медицинской (задачи исправности, работоспособности устройств, правильности работы, проверки состояния здоровья пациента);

✓ *задачи профессионального отбора* – распознавание профессиональной пригодности субъекта к определенному виду трудовой деятельности или роду занятий;

✓ *задачи создания коллективов* – исходную совокупность потенциальных участников коллективной деятельности разбивают на классы в зависимости от различных признаков и требований (черт характера, требований к навыкам членов коллектива и т.п.);

✓ *задачи распознавания изображений* – автоматическое чтение для ЭВМ; распознавание изображения микрообъектов; анализ рентгеновских снимков и электрокардиограмм; анализ отпечатков пальцев;

✓ *задачи распознавания звуковых сигналов* – задачи ввода устной информации в ЭВМ; прогнозирование неисправности механизмов по шумам; опознание говорящего по характерным особенностям его голоса; охранные устройства;

✓ *задачи прогнозирования и управления в экономике* – располагая значениями исходных экономических показателей, можно распознать эффективность функционирования системы в целом;

✓ *задачи планирования и прогнозирования в сельскохозяйственном производстве* – распознавание величины урожая по данным аэрофото-наблюдений; сортировка плодов по цвету, форме, размеру; медицинская диагностика сельскохозяйственных животных [11, 29, 33].

Геометрический смысл задач классификации.

Если бы каждый объект характеризовался 2-я свойствами ($\boldsymbol{x_1}$ и $\boldsymbol{x_2}$), то исходные данные можно было бы задавать графически (рис. 10).

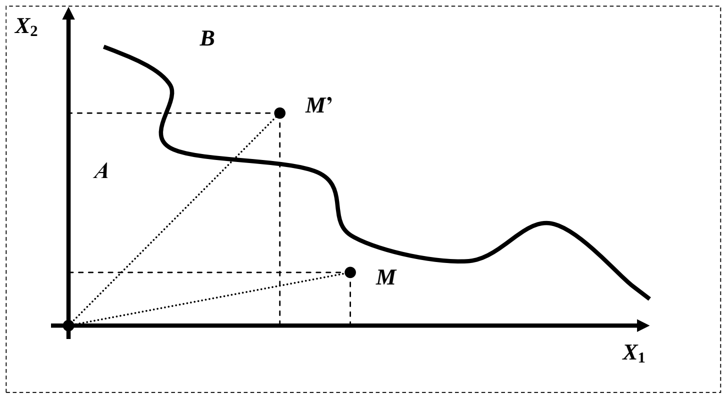


Рисунок 10 – **Геометрический смысл задач классификации**

В этом случае объекты одного класса отделялись бы от объектов другого класса некоторой кривой $\mathbf{F}(x_1, x_2) = 0$. Нанеся на график значения координат нового объекта, можно определить, к какому классу он относится. Если признаки x_1 и x_2 управляемые, то при необходимости, изменяя их значения, можно переместить объект из области ***B*** в область ***A***, то есть можно управлять процессом. При ***n***-признаках, характеризующих объект, объекту ***M*** будет соответствовать точка ***n***-мерного пространства с координатами равными значению соответствующих признаков. В этом пространстве можно построить поверхность $F(x_1, x_2 ... xn) = 0$, разделяющую эти классы (разделяющую поверхность) [11, 29, 33].

Характеристики положения классов:

1) Координаты центров тяжести классов:

$$x_j(A) = \sum_i x_{ij}(A) / N_A, \tag{6}$$

где $x_{ij}(A)$ – значения признаков объектов, принадлежащих классу А;

N_A – число объектов класса A.

2) *Расстояние от начала координат до центров тяжести классов:*

$$\rho_A = \sqrt{\sum_j (x_j(A))^2} . \tag{7}$$

3) Расстояние между центрами тяжести классов:

$$\rho_{AB} = \sqrt{\sum_j (x_j(A) - x_j(B))^2} . \tag{8}$$

Наиболее распространенные простейшие алгоритмы автоматической классификации (распознавания):

Пусть задан новый объект М $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$.

Классификация (распознавание) по расстоянию от объектов до центров тяжести классов:

$$\rho(A, M) = \sqrt{\sum_j (x_j(A) - x_j(M))^2} . \tag{9}$$

Новый объект относят к тому классу, к которому он ближе (т.е. рассчитанное расстояние получилось наименьшим).

Классификация (распознавание) по расстоянию от объектов до центров тяжести классов с учетом весовых коэффициентов:

$$\rho(A, M) = \sqrt{\sum_j d_j (x_j(A) - x_j(M))^2} , \tag{10}$$

где d_j – весовой коэффициент j-го признака.

Новый объект относят к тому классу, к которому он ближе (т.е. рассчитанное расстояние получилось наименьшим).

Классификация (распознавание) по скалярному произведению:

$$\beta(A, M) = \sum_j (x_j(A) \times x_j(M)) . \tag{11}$$

Новый объект относят к тому классу, по которому величина скалярного произведения получилась наибольшей.

Классификация (распознавание) с использованием корреляционного метода:

$$r(A, M) = \beta(A, M) - \frac{\sum (x_j(A)) \times \sum (x_j(M))}{n} , \tag{12}$$

где n – число признаков (координат), по которым ведутся расчеты.

Новый объект относят к тому классу, по которому величина корреляции получилась наибольшей.

Классификация (распознавание) по углу между радиусами векторов объекта и центра тяжести класса:

$$\cos \varphi(A, M) = \frac{\sum (x_j(A) \times x_j(M))}{\sqrt{\sum (x_j(A))^2} \times \sqrt{\sum (x_j(M))^2}} . \tag{13}$$

Новый объект относят к тому классу, по которому значение косинуса угла получилось наибольшим.

Практическое задание

Задача 2

Имеются данные, характеризующие деятельность 9-ти предприятий, выпускающих однородную продукцию, по 5-ти показателям: X_1 – среднесуточная загрузка парка оборудования; X_2 – среднеквартальная заработная плата; X_3 – суммарная стоимость основных производственных фондов; X_4 – фондоемкость продукции; X_5 – себестоимость единицы продукции.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	9	6	7	2	10
2	6	7	2	3	40
3	3	2	3	7	80
4	8	5	9	2	20
5	4	4	6	9	80
6	10	4	8	2	10
7	7	9	3	6	50
8	5	8	1	6	40
9	5	3	6	8	90

Необходимо:

1) определить, какой показатель из числа названных наилучшим образом характеризует эффективность функционирования рассматриваемых объектов;

2) поделить исходную совокупность объектов на три класса: хорошо, удовлетворительно и плохо работающие предприятия в соответствии со значениями выделенного показателя;

3) определить, к какому классу предприятий следует отнести новые объекты, если их деятельность характеризуется следующими значениями показателей:

M_1: X_1=4 X_2=4 X_3=4 X_4=9,

M_2: X_1=8 X_2=8 X_3=1 X_4=5,

M_3: X_1=8 X_2=4 X_3=7 X_4=3,

а) при условии, что все показатели равноценны;

б) показатели имеют следующие весовые коэффициенты:

для X_1 – d_1=0,3,

для X_2 – d_2=0,1,

для X_3 – d_3=0,2,

для X_4 – d_4=0,4.

Решение

1) Определяющий показатель – себестоимость – $X5$.

2) Классы объектов:

Класс A – хорошо работающие предприятия – 1, 4, 6

Класс B – удовлетворительно -//- – 2, 7, 8

Класс C – плохо -//- – 3, 5, 9

3) Вычисление координат центров тяжести классов:

$X_1(A)$ = (9+8+10) / 3 = 9 $X_1(B)$ = (6+7+5) / 3 = 6 $X_1(C)$ = (3+4+5) / 3 = 4

$X_2(A)$ = (6+5+4) / 3 = 5 $X_2(B)$ = (7+9+8) / 3 = 8 $X_2(C)$ = (2+4+3) / 3 = 3

$X_3(A)$ = (7+9+8) / 3 = 8 $X_3(B)$ = (2+3+1) / 3 = 2 $X_3(C)$ = (3+6+6) / 3 = 5

$X_4(A)$ = (2+2+2) / 3 = 2 $X_4(B)$ = (3+6+6) / 3 = 5 $X_4(C)$ = (7+9+8) / 3 = 8

***A* (9, 5, 8, 2)** ***B* (6, 8, 2, 5)** ***C* (4, 3, 5, 8)**

Алгоритмы классификации:

1) Классификация (распознавание) от объектов до центров тяжести классов:

$\rho(\mathrm{M}_1, A) = \sqrt{(9-4)^2 + (5-4)^2 + (8-4)^2 + (2-9)^2} = \sqrt{91}$

$\rho(\mathrm{M}_1, B) = \sqrt{40}$ $\rho(M_1, C) = \sqrt{3}$

$M_1 \in C$

$\rho(M_2, A) = \sqrt{68}$ $\rho(M_3, A) = \sqrt{4}$

$\rho(M_2, B) = \sqrt{5}$ $\rho(M_3, B) = \sqrt{49}$

$\rho(M_2, C) = \sqrt{66}$ $\rho(M_3, C) = \sqrt{46}$

$M_2 \in B$ $M_3 \in A$

2) Классификация (распознавание) от объектов до центров тяжести классов с учетом весовых коэффициентов:

$\rho(M_1, A) = \sqrt{0{,}3\,(9-4)^2 + 0{,}1\,(5-4)^2 + 0{,}2\,(8-4)^2 + 0{,}4\,(2-9)^2} = \sqrt{30{,}4}$

$\rho(M_1, B) = \sqrt{10}$ $\rho(M_1, C) = \sqrt{0{,}7}$

$M_1 \in C$

$\rho(M_2, A) = \sqrt{14{,}6}$ $\rho(M_3, A) = \sqrt{1}$

$\rho(M_2, B) = \sqrt{1{,}4}$ $\rho(M_3, B) = \sqrt{9{,}4}$

$\rho(M_2, C) = \sqrt{14{,}1}$ $\rho(M_3, C) = \sqrt{15{,}7}$

$M_2 \in B$ $M_3 \in A$

3) Классификация (распознавание) по скалярному произведению:

$\beta(M_1, A) = 9\times4+5\times4+8\times4+2\times9 = 106$

$\beta(M_1, B) = 109$ $\beta(M_1, C) = 120$

$\mathrm{M}_1 \in \mathrm{C}$

$\beta(M_2, A) = 130$ $\beta(M_3, A) = 154$

$\beta(M_2, B) = 139$ $\beta(M_3, B) = 109$

$\beta(M_2, C) = 101$ $\beta(M_3, C) = 103$

$M_2 \in B$ $M_3 \in A$

4) Классификация (распознавание) с использованием корреляционного метода:

$r\ (M_1, A) = 106 – ((9 + 5+8+2)(4+4+4+9)) / 4 = -20$

$r\ (M_1, B) = -1{,}25$ $\qquad r\ (M_1, C) = 15$

$M_1 \in$ C

$r\ (M_2, A) = -2$	$r\ (M_3, A) = 22$
$r\ (M_2, B) = 23{,}5$	$r\ (M_3, B) = -6{,}5$
$r\ (M_2, C) = -9$	$r\ (M_3, C) = -7$
$M_2 \in B$	$M_3 \in A$

5) Классификация (распознавание) по углу между векторами объекта и центра тяжести классов:

$\cos \varphi\ (M_1, A) = 106 / ((\sqrt{\ } 81+25+64+4) \times (\sqrt{}16+16+16+81)) \approx 0{,}70$

$\cos \varphi\ (M_1, B) \approx 0{,}84$ $\qquad \cos \varphi\ (M_1, C) \approx 0{,}98$

$M1 \in C$

$\cos \varphi\ (M_2, A) \approx 0{,}79$	$\cos \varphi\ (M_3, A) \approx 0{,}99$
$\cos \varphi\ (M_2, B) \approx 0{,}98$	$\cos \varphi\ (M_3, B) \approx 0{,}82$
$\cos \varphi\ (M_2, C) \approx 0{,}76$	$\cos \varphi\ (M_3, C) \approx 0{,}82$
$M_2 \in B$	$M_3 \in A$

Варианты для самостоятельной работы 2

Вариант 2.1.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	8	5	6	1	10
2	5	6	1	2	40
3	2	1	2	6	80
4	7	4	8	1	20
5	3	3	5	8	80
6	9	3	7	1	10
7	6	8	2	5	50
8	4	7	0	5	40
9	4	2	5	7	90

Необходимо:

1) разделить исходную совокупность объектов на три класса в соответствии со значениями показателя X_5;

2) определить, к какому классу следует отнести новые объекты:

M_1: X_1=6 X_2=6 X_3=0 X_4=3,

M_2: X_1=6 X_2=2 X_3=5 X_4=1,

M_3: X_1=2 X_2=2 X_3=2 X_4=7.

Вариант 2.2.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	10	7	8	3	10
2	7	8	3	4	40
3	4	3	4	8	80
4	9	6	10	3	20
5	5	5	7	10	80
6	11	5	9	3	10
7	8	10	4	7	50
8	6	9	2	7	40
9	6	4	7	9	90

Необходимо:

1) разделить исходную совокупность объектов на три класса в соответствии со значениями показателя X_5;

2) определить, к какому классу следует отнести новые объекты:

M_1: X_1=10 X_2=6 X_3=9 X_4=5,

M_2: X_1=6 X_2=6 X_3=6 X_4=11,

M_3: X_1=10 X_2=10 X_3=3 X_4=7.

6. АНАЛИЗ ДИНАМИКИ СИСТЕМ

Динамические ряды – это ряды показателей, характеризующих величину явления на определенные моменты времени (моментальные ряды) или за определенные периоды [11, 16, 22, 29, 33].

Выявление основной направленности динамического процесса.

В практике социально-экономических исследований ряд динамики обычно разлагают на следующие три составляющие:

– основная тенденция (тренд);

– коротко-периодические колебания (переменная составляющая);

– быстрые хаотические изменения.

Тренд – это зависимость, выражающая основную направленность изменения (динамики) изучаемого показателя: его рост, падение или колеблемость [11, 29, 33].

Выявление основной направленности динамики процесса производится различными методами:

- метод скользящих средних;
- метод экспоненциального сглаживания;
- выравнивание по методу наименьших квадратов;
- аналитическое выравнивание;
- выравнивание по методу Фурье.

Метод скользящих средних

В методе скользящих средних находят главные уровни динамического ряда путем замены абсолютных данных средними значениями за определенные периоды. Различают метод взвешенных скользящих средних и невзвешенных скользящих средних.

В методе невзвешенных скользящих средних абсолютные данные заменяются их средними значениями (средними арифметическими) за определенные периоды. При выборе этих периодов производится «скольжение», в результате которого в каждом очередном периоде исключаются первые уровни ряда и включаются последующие, т.е. весь ряд разбивается на несколько накладывающихся один на другой участков времени, содержащих обычно от 2-х до 5-ти наблюдений.

Уровни, соответствующие наблюдениям, заменяются одним уровнем, равным математическому ожиданию исходных уровней и размещаемым посередине участка времени. При использовании невзвешенных скользящих средних период сглаживания может состоять из четного или нечетного числа членов.

В случае применения взвешенных скользящих средних первые скользящие средние находят по формуле:

$$(y_1+y_2) / 2, (y_2+y_3) / 2, \ldots \qquad (14)$$

Используя найденные скользящие средние, находят вторые скользящие средние:

$$((y_1+y_2) / 2 + (y_2+y_3) / 2) / 2 = (y_1+2y_2+y_3) / 4, \ldots \qquad (15)$$

Третьи скользящие средние:

$$((y_1+2y_2+y_3) / 4 + (y_2+2y_3+y_4) / 4) / 2 = (y_1+3y_2+3y_3+y_4) / 8, \ldots \qquad (16)$$

Веса уровней при применении взвешенных скользящих средних образуют коэффициенты бинома Ньютона:

2-я скользящая средняя – 121;

3-я скользящая средняя – 1331;

4-я скользящая средняя – 14641 и т.д. [11, 32].

Практическое задание

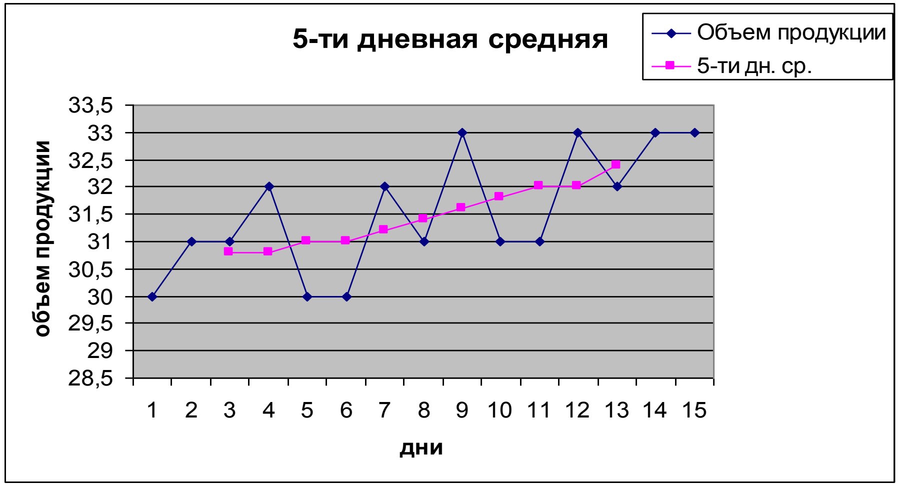
Задача 3

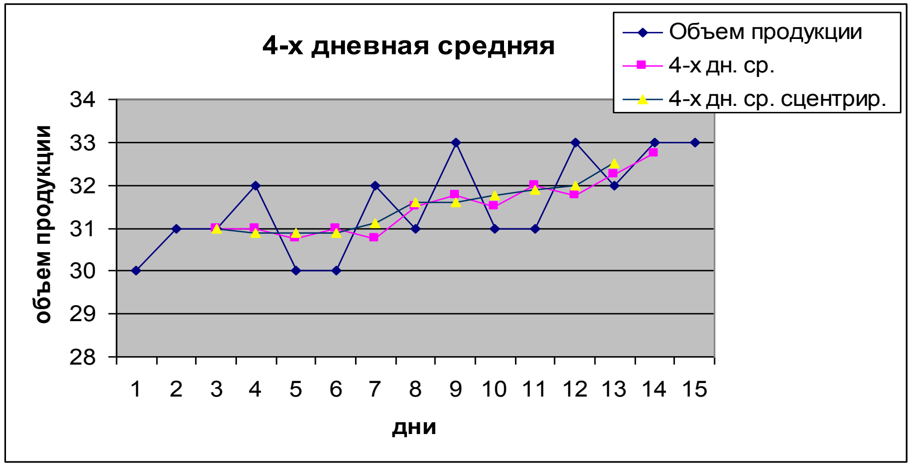
Провести сглаживание методом скользящей средней динамического ряда, описывающего объем выпуска продукции предприятием в течение 15-дневного периода. Использовать сглаживание по 5 и 4 уровням. Представить исходный и сглаженный ряды в виде графиков. Определить динамику изменения показателя.

День месяца	Объем продукции	День месяца	Объем продукции
1	30	9	33
2	31	10	31
3	31	11	31
4	32	12	33
5	30	13	32
6	30	14	33
7	32	15	33
8	31		

Решение

День месяца	Объем продукции	5-ти дневная сумма	5-ти дневная средняя	4-х дневная сумма	4-х дневная средняя	4-х дн. ср. центрированная
1	30					
2	31					
3	31		30,8		31	31
4	32		30,8	124	31	30,9
5	30	154	31	124	30,75	30,9
6	30	154	31	123	31	30,9
7	32	155	31,2	124	30,75	31,1
8	31	155	31,4	123	31,5	31,6
9	33	156	31,6	126	31,75	31,6
10	31	157	31,8	127	31,5	31,75
11	31	158	32	126	32	31,9
12	33	159	32	128	31,75	32
13	32	160	32,4	127	32,25	32,5
14	33	160		129	32,75	
15	33	162		131		





Вывод:

По выровненным скользящим средним, особенно по 5-ти дневной средней, видно, что наблюдается в основном рост объема продукции, за исключением незначительных колебаний (переменные составляющие) в начале и конце периода.

Варианты для самостоятельной работы 3

Вариант 3.1.

Провести сглаживание методом скользящей средней динамического ряда, описывающего изменения показателя в течение 15-ти дневного периода. Использовать сглаживание по 5 и 4 уровням. Представить исходный и сглаженный ряды в виде графиков. Определить динамику изменения показателя.

Вариант 3.2.

Провести сглаживание методом скользящей средней динамического ряда, описывающего изменения показателя в течение 15-ти дневного периода. Использовать сглаживание по 5 и 4 уровням. Представить исходный и сглаженный ряды в виде графиков. Определить динамику изменения показателя.

День месяца	Значения показателя
1	45
2	46
3	46
4	47
5	45
6	45
7	47
8	45
9	48
10	46
11	46
12	48
13	47
14	48
15	48

День месяца	Значения показателя
1	45
2	45
3	44
4	45
5	43
6	43
7	45
8	42
9	44
10	42
11	42
12	44
13	43
14	43
15	42

Вариант 3.3.

Провести сглаживание методом скользящей средней динамического ряда, описывающего изменения показателя в течение 15-ти дневного периода. Использовать сглаживание по 5 и 4 уровням. Представить исходный и сглаженный ряды в виде графиков. Определить динамику изменения показателя.

День месяца	Значения показателя
1	50
2	50
3	51
4	52
5	51
6	50
7	52
8	51
9	53
10	52
11	52
12	53
13	52
14	52
15	53

Вариант 3.4.

Провести сглаживание методом скользящей средней динамического ряда, описывающего изменения показателя в течение 15-ти дневного периода. Использовать сглаживание по 5 и 4 уровням. Представить исходный и сглаженный ряды в виде графиков. Определить динамику изменения показателя.

День месяца	Значения показателя
1	59
2	58
3	58
4	59
5	58
6	58
7	59
8	57
9	58
10	56
11	57
12	58
13	57
14	56
15	56

7. АНАЛИЗ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ

Модели алгебры логики или исчисления высказываний применяются для решения многих задач в технике и экономике, и в первую очередь в тех случаях, когда существенны не только количественные соотношения между величинами, характеризующими рассматриваемые процессы, но и внутренние логические взаимосвязи [16, 22, 28, 29, 33].

Применение моделей и методов алгебры логики целесообразно при решении задач, связанных:

а) с анализом информации, содержащейся в определенном тексте (докладе, сообщении); цель такого анализа – определить, какие выводы можно сделать об интересующих исследователя объектах на основе полученной информации;

б) с выбором стратегии деятельности экономического объекта (предприятия, организации), направленной на достижение определенного социально-экономического результата; при этом должны быть известны некоторые общие закономерности и связи, характеризующие процесс функционирования этого объекта (например, известны взаимосвязи между технологией производства и уровнем запасов сырья и готовой продукции, производительностью труда, себестоимостью продукции, объемами сбыта и т. д.);

в) с распознаванием типа объекта на основе данных наблюдения и известных априорных зависимостей между типом объекта и соответствующими признаками.

Алгебра логики – это непустое множество элементов, являющихся ее объектами и определяющими ее область вместе с некоторым заданным набором операций, которые можно совершить над элементами, не выходя за пределы области [11, 29, 33].

Область алгебры логики состоит из множества высказываний, имеющих два значения: «да» или «нет», 1 или 0, True (истина) или False (ложь).

Операции алгебры логики: $\vee$, $\cup$ – объединение (дизъюнкция, или, +), &, $\cap$ – пересечение (конъюнкция, и, $\times$), $\neg$ – отрицание (не).

Основные правила алгебры логики:

$a + a = a$	$(a + b)c = ac + bc$	Правила де Моргана:
$a \times a = a$	$a + bc = (a + b)(a + c)$	$\overline{ab} = \overline{a} + \overline{b}$
$a + b = b + a$		$\overline{a + b} = \overline{a} \times \overline{b}$
$a + \overline{a}b = a + b$		
Поглощение:	Склеивание:	Двойное отрицание:
$a + ab = a$	$ab + a\overline{b} = a$	$\overline{\overline{a}} = a$
$a(a + b) = a$	$(a + b)(a + \overline{b}) = a$	

$a + 1 = 1$	$a + 0 = a$	$a + \overline{a} = 1$	$\overline{0} = 1$
$a \times 1 = a$	$a \times 0 = 0$	$a \times \overline{a} = 0$	$\overline{1} = 0$

Практическое задание

Задача 4.1

Пусть имеется три предприятия A, B, C – потребителя однородной продукции и предприятие M – поставщик этой продукции. Причем и поставщик, и потребители выдвигают свои условия, связанные со сроками поставки продукции:

A – 1-й или 3-й квартал;

B – 1-й или 2-й квартал;

C – 2-й или 3-й квартал;

M – может поставлять продукцию в один квартал только одному потребителю.

Оценить возможность удовлетворения требований сторон участников.

Решение.

$(A_1+A_3)(B_1+B_2)(C_2+C_3) = (A_1B_1+A_1B_2+A_3B_1+A_3B_2)(C_2+C_3) =$

$= A_1B_1C_2+A_1B_1C_3+A_1B_2C_2+\mathbf{A_1B_2C_3}+\mathbf{A_3B_1C_2}+A_3B_1C_3+A_3B_2C_2+A_3B_2C_3 =$

$= A_1B_2C_3+A_3B_1C_2.$

Варианты поставок:

A – первый квартал,	A – третий квартал,
B – второй квартал,	B – первый квартал,
C – третий квартал.	C – второй квартал.

Задача 4.2

Упростить выражения:

$\overline{AB} + \overline{B}$,

$\overline{\overline{B}C + C}$.

Решение.

$\overline{AB} + \overline{B} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{B} = \overline{A} + \overline{B} = \overline{AB}.$

$\overline{\overline{B}C + C} = \overline{\overline{B}C} \times \overline{C} = (\overline{\overline{B}} + \overline{C}) \times \overline{C} = B\overline{C} + \overline{C} = \overline{C}(B + 1) = \overline{C}.$

Варианты для самостоятельной работы 4

Вариант 4.1

При составлении учебного расписания желательно, чтобы лекции по математике были на первой или второй паре, для информатики – на первой или третьей, для общественных наук – на второй или третьей паре. Как составить расписание? Сколько вариантов расписания может быть?

Вариант 4.2

Проходит конкурс «Любовь с первого взгляда». Первый участник готов выбрать первую или третью участницу; второй – первую или вторую; третий – вторую или третью. На ком должны остановить свой выбор девушки, чтобы все остались довольны.

Вариант 4.3

Упростить выражения:

$\overline{\overline{A}C + C} + \overline{\overline{B}C}$.

$\overline{\overline{A}C} + B\overline{C}$.

8. АНАЛИЗ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАРКОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Математические модели, описывающие процессы, состояния которых в любой момент времени полностью определены, если известно их состояние в предшествующие моменты времени, называются ***детерминированными.***

Вероятностная модель, в отличие от детерминированной, не позволяет точно предсказать изменение отдельных параметров реального процесса. Но с ее помощью можно сделать достаточно точный прогноз относительно ожидаемых средних значений параметров процесса. Кроме того, весьма широкий круг процессов является по своей природе вероятностным, и их адекватное описание невозможно при использовании детерминированных моделей [11, 16, 22, 29, 33].

Потоком событий называется последовательность однородных событий, появляющихся одно за другим в случайные моменты времени. Поток событий можно представить рядом точек на оси ординат. С потоком можно связать различные случайные события (например, событие A, состоящее в том, что в течение времени от t до $t_{0+\Delta t}$ произойдет хотя бы одно событие; событие В, которое состоит в том, что за этот же промежуток времени произойдет ровно m событий и т.д.). Могут быть вычислены вероятности этих событий.

Поток событий называется ***стационарным***, если его вероятностные характеристики не зависят от выбора точки отсчета, т.е. если вероятность попадания определенного числа событий на любом интервале времени зависит от длины интервала и не зависит от того, на каком участке от начала координат выбран этот интервал.

Поток событий называется ***ординарным***, если вероятность попадания 2-х событий на любой элементарный участок времени Δt пренебрежительно мала по сравнению с вероятностью попадания одного события, т.е. события в потоке появляются не группами, а поодиночке, и точное совпадение моментов появления 2-х событий имеет нулевую вероятность.

Поток событий называется ***потоком без последействия***, если число событий, попадающих на любой интервал времени, не зависит от того, сколько событий попало на любой другой непересекающийся с ним интервал. Практически, отсутствие последействия означает, что события, образующие поток, появляются в те или иные моменты времени независимо друг от друга [11, 29, 33].

Стационарный, ординарный и не имеющий последействия поток называется ***простейшим***. Промежутки времени между событиями в простейшем потоке распределяются по λ показательному закону с функцией распределения $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, где λ – величина, обратная среднему значению интервала между событиями в потоке: $\lambda = 1 / M[t]$.

Ординарный поток без последействия называется ***пуассоновским***. Простейший поток есть частный случай пуассоновского, а именно – стационарный пуассоновский поток.

Среднее число событий (математическое ожидание числа событий), приходящееся на единицу времени, называется ***интенсивностью потока – λ.***

Пусть имеется система S, состояние которой меняется с течением времени (под системой понимается, что угодно: техническое устройство, ремонтная мастерская, ЭВМ, железнодорожный узел и т.д.). Если состояние системы S меняется во времени случайно, то говорят, что в системе протекает случайный процесс (процесс функционирования ЭВМ, процесс обслуживания клиентов и т.д.). Конкретное протекание каждого из таких процессов зависит от ряда случайных, заранее не предсказуемых факторов (таких, как поступление заказов на ЭВМ, случайный выход ЭВМ из строя и т.д.).

Случайный процесс, протекающий в системе S, называется ***марковским процессом или процессом без последействия***, если он обладает следующим свойством: для каждого момента времени t вероятность любого состояния системы в будущем (при $t > t_0$) зависит только от ее состояния в настоящем (при $t = t_0$) и не зависит от того, когда и как система пришла в это состояние, т.е. как развивался процесс в прошлом [11, 29, 33].

Случайный процесс называется ***<u>процессом с дискретными состояниями</u>***, если возможные состояния системы образуют счетное множество $\boldsymbol{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n}$, т.е. все состояния системы можно пронумеровать, а сам процесс состоит в том, что система скачком переходит из одного состояния в другое.

Пусть имеется система $\boldsymbol{S}$, имеющая n состояний: $\boldsymbol{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n}$. В любой момент времени система может находиться в одном из этих состояний. Обозначим $\boldsymbol{P_i\ (t)}$ – вероятность того, что в момент времени $\boldsymbol{t}$ система находится в состоянии $\boldsymbol{S_i}$. Очевидно, для любого фиксированного момента времени выполняется условие: $\boldsymbol{\sum P_i\ (t) = 1}$.

Совокупность вероятностей $\boldsymbol{P_i\ (t)}$ для каждого момента времени характеризует текущее сечение случайного процесса, протекающего в системе.

Граф состояний системы геометрически изображает возможные состояния системы S и ее возможные переходы из одного состояния в другое (рис. 11).

$$\boxed{\boldsymbol{S_1}} \longrightarrow \boxed{\boldsymbol{S_2}} \to \dots \to \boxed{\boldsymbol{S_i}} \to \dots \to \boxed{\boldsymbol{S_n}}$$

Рисунок 11 – **Граф состояний системы *S***

Способы математического описания марковского случайного процесса, протекающего в системе с дискретными состояниями, зависят от того, в какие моменты времени могут происходить переходы системы из состояния в состояние.

Случайный процесс называется ***<u>процессом с дискретным временем</u>***, если переходы системы из состояния в состояние возможны только в строго определенные, заранее фиксированные моменты времени. В промежутках между этими моментами система сохраняет свое состояние.

Случайный процесс называется ***<u>процессом с непрерывным временем</u>***, если переходы системы из состояния в состояние возможны в любые, заранее неизвестные моменты времени.

8.1. Случайные процессы с дискретным временем

Пусть имеется система $\boldsymbol{S}$, которая может находиться в состояниях $\boldsymbol{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n}$, причем переходы из состояния в состояние возможны в моменты времени $\boldsymbol{t_1, t_2, \dots, t_n}$. Эти моменты времени назовем «шагами» процесса и будем рассматривать процесс в системе как функцию целочисленного аргумента: **1, 2, …,** $\boldsymbol{k}$ – номер «шага». Условимся обозначать через $\boldsymbol{S_i}$ (k) событие, состоящее в том, что после $\boldsymbol{k}$ шагов система будет находиться в состоянии $\boldsymbol{S_i}$.

Случайная последовательность событий называется ***<u>марковской цепью</u>***, если для каждого шага вероятность перехода системы из любого состояния S_i в любое другое S_j не зависит от того, когда и как она пришла в состояние S_i [11, 29, 33].

Марковская цепь описывается с помощью вероятностей состояний P_i. Для каждого k-го шага сумма вероятностей $P_i\ (k)$ равна 1: $\boldsymbol{\sum P_i\ (k) = 1}$.

Для любого шага (момента времени $t_1, t_2, \dots, t_n$) существуют вероятности перехода из одного состояния в другое. Некоторые из этих вероятностей могут быть равны 0, если непосредственный переход за один шаг невозможен. Эти вероятности называются ***переходными вероятностями марковской цепи***. P_{ij} – это вероятность перехода системы из состояния S_i в состояние S_j, а P_{ii} – это вероятность задержки системы в $\boldsymbol{i}$-м состоянии.

Марковская цепь называется ***однородной***, если переходные вероятности не зависят от номера шага. В противном случае марковская цепь называется ***неоднородной***.

Однородная марковская цепь.

Пусть имеется система $\boldsymbol{S}$, имеющая $\boldsymbol{n}$ состояний: $\boldsymbol{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n}$. Предположим, что для каждого состояния нам известна вероятность перехода в любое другое за один шаг. Запишем переходные вероятности в виде прямоугольной таблицы – ***матрицы переходных вероятностей*** или *стохастической матрицы.*

$$\| P_{ij} \| = \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1j} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2j} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{i1} & P_{i2} & \dots & P_{ij} & \dots & P_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nj} & \dots & P_{nn} \end{vmatrix}$$

Некоторые из переходных вероятностей $\boldsymbol{P_{ij}}$ могут быть равны **0**, если переход из состояния $\boldsymbol{S_i}$ в состояние $\boldsymbol{S_j}$ невозможен за один шаг. По главной диагонали стоят вероятности $\boldsymbol{P_{ii}}$, т.е. вероятности того, что система задержится в данном состоянии. *Сумма всех членов матрицы, стоящих в каждой строке, равна* ***1***.

Вероятность $\boldsymbol{P_{ij}}$ можно записать как условную вероятность того, что система $\boldsymbol{S}$, находящаяся на $\boldsymbol{k}$**-1** шаге в состоянии $\boldsymbol{S_i}$, на $\boldsymbol{k}$-том шаге перейдет в $\boldsymbol{S_j}$:

$$\boldsymbol{P_{ij} = P\,(S_j\,(k)\,/\,S_i\,(k\text{-}1)).} \qquad (17)$$

Строки матрицы переходных вероятностей называются вероятностными векторами. Причем каждая цепь Маркова определяет стохастическую матрицу и, наоборот, каждой стохастической матрице можно поставить в соответствие цепь Маркова. Для этого достаточно в качестве состояний взять строки матрицы, а ее элементы считать переходными вероятностями [11, 29, 33].

Из каждой стохастической матрицы можно построить соответствующий ей размеченный (взвешенный) ориентированный граф состояний системы. В качестве вершин этого графа берутся строки матрицы, и проводятся между ними дуги, если $\boldsymbol{P_{ij} > 0}$. В качестве весов дуг берутся значения $\boldsymbol{P_{ij}}$.

Имея в своем распоряжении размеченный граф состояний системы, матрицу переходных вероятностей и зная начальное состояние системы, можно найти вероятности состояния системы после любого k-го шага.

$$\mathbf{P_i\,(k) = \sum P_j\,(k\text{-}1) \times P_{ji}\,(k)} \text{ – рекурентная формула.} \qquad (18)$$

Неоднородная марковская цепь

Здесь переходные вероятности меняются от шага к шагу, т.е. для каждого шага имеется своя матрица переходных вероятностей. Вероятность перехода системы из состояния $\boldsymbol{S_i}$ в состояние $\boldsymbol{S_j}$ на $\boldsymbol{k}$-том шаге $\boldsymbol{P_{ij}\,(k)}$ равна условной вероятности того, что система на $\boldsymbol{k}$**-1** шаге была в состоянии $\boldsymbol{S_i}$, а на $\boldsymbol{k}$-том шаге перешла в состояние $\boldsymbol{S_j}$.

$$\boldsymbol{P_{ij} = P\,(S_j\,(k)\,/\,S_i\,(k\text{-}1)),} \qquad (19)$$

$$\boldsymbol{P_i\,(k) = \sum P_j\,(k\text{-}1)\ \text{x}\ P_{ji}\,(k)} \text{ – рекурентная формула.} \qquad (20)$$

Практическое задание

Задача 5

Пусть нас интересует вероятность выполнения плана промышленным предприятием (система S). Предположим, что 20, 25, 28 и 30 числа каждого месяца осуществляется контроль выполнения плана по основным показателям. Возможные состояния системы в эти моменты времени: S_1 – план не выполнен по всем основным показателям; S_2 – план выполнен по отдельным показателям; S_3 – план выполнен по большинству показателей; S_4 – план выполнен по всем основным показателям.

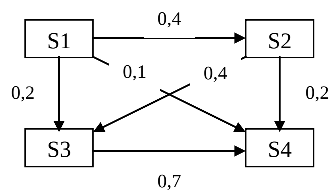
В начальный момент времени система находится в состоянии S_1. Заданы следующие вероятности перехода:

$P_{12} = 0{,}4$, $P_{14} = 0{,}1$, $P_{24} = 0{,}2$,
$P_{13} = 0{,}2$, $P_{23} = 0{,}4$, $P_{34} = 0{,}7$.

Определить вероятности состояний системы после 4-х проверок.

Решение.

Размеченный граф состояний системы:



Матрица переходных вероятностей:

$$\| P_{ij} \| = \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0 & 0 & 0{,}3 & 0{,}7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

Начальные условия:

$P_1(0) = 1$, $P_2(0) = P_3(0) = P_4(0) = 0$.

1 шаг.

$\mathbf{P_1(1)} = P_1(0) \times P_{11} + P_2(0) \times P_{21} + P_3(0) \times P_{31} + P_4(0) \times P_{41} = 1 \times 0{,}3 = \mathbf{0{,}3}$

$\mathbf{P_2(1)} = P_1(0) \times P_{12} + P_2(0) \times P_{22} + P_3(0) \times P_{32} + P_4(0) \times P_{42} = 1 \times 0{,}4 = \mathbf{0{,}4}$

$\mathbf{P_3(1)} = P_1(0) \times P_{13} + P_2(0) \times P_{23} + P_3(0) \times P_{33} + P_4(0) \times P_{43} = 1 \times 0{,}2 = \mathbf{0{,}2}$

$\mathbf{P_4(1)} = P_1(0) \times P_{14} + P_2(0) \times P_{24} + P_3(0) \times P_{34} + P_4(0) \times P_{44} = 1 \times 0{,}1 = \mathbf{0{,}1}$

$0{,}3 + 0{,}4 + 0{,}2 + 0{,}1 = 1$

2 шаг.

$\mathbf{P_1(2)} = P_1(1) \times P_{11} + P_2(1) \times P_{21} + P_3(1) \times P_{31} + P_4(1) \times P_{41} = 0{,}3 \times 0{,}3 = \mathbf{0{,}09}$

$\mathbf{P_2(2)} = P_1(1) \times P_{12} + P_2(1) \times P_{22} + P_3(1) \times P_{32} + P_4(1) \times P_{42} = 0{,}3 \times 0{,}4 + 0{,}4 \times 0{,}4 = \mathbf{0{,}28}$

$\mathbf{P_3(2)} = P_1(1) \times P_{13} + P_2(1) \times P_{23} + P_3(1) \times P_{33} + P_4(1) \times P_{43} = 0{,}3 \times 0{,}2 + 0{,}4 \times 0{,}4 + 0{,}2 \times 0{,}3 = \mathbf{0{,}28}$

$\mathbf{P_4(2)} = P_1(1) \times P_{14} + P_2(1) \times P_{24} + P_3(1) \times P_{34} + P_4(1) \times P_{44} = 0{,}3 \times 0{,}1 + 0{,}4 \times 0{,}2 + 0{,}2 \times 0{,}7 + 0{,}1 \times 1 = \mathbf{0{,}35}$

$0{,}09 + 0{,}28 + 0{,}28 + 0{,}35 = 1$

3 шаг.

$\mathbf{P_1(3)} = P_1(2) \times P_{11} + P_2(2) \times P_{21} + P_3(2) \times P_{31} + P_4(2) \times P_{41} = 0{,}09 \times 0{,}3 = \mathbf{0{,}027}$

$\mathbf{P_2(3)} = P_1(2) \times P_{12} + P_2(2) \times P_{22} + P_3(2) \times P_{32} + P_4(2) \times P_{42} = 0{,}09 \times 0{,}4 + 0{,}28 \times 0{,}4 = \mathbf{0{,}148}$

$\mathbf{P_3(3)} = P_1(2) \times P_{13} + P_2(2) \times P_{23} + P_3(2) \times P_{33} + P_4(2) \times P_{43} = 0{,}09 \times 0{,}2 + 0{,}28 \times 0{,}4 + 0{,}28 \times 0{,}3 = \mathbf{0{,}214}$

$\mathbf{P_4(3)} = P_1(2) \times P_{14} + P_2(2) \times P_{24} + P_3(2) \times P_{34} + P_4(2) \times P_{44} = 0{,}09 \times 0{,}1 + 0{,}28 \times 0{,}2 + 0{,}28 \times 0{,}7 + 0{,}35 \times 1 = \mathbf{0{,}611}$

$0{,}027 + 0{,}148 + 0{,}214 + 0{,}611 = 1$

4 шаг.

$\mathbf{P_1(4)} = P_1(3) \times P_{11} + P_2(3) \times P_{21} + P_3(3) \times P_{31} + P_4(3) \times P_{41} = 0{,}027 \times 0{,}3 = \mathbf{0{,}0081}$

$\mathbf{P_2(4)} = P_1(3) \times P_{12} + P_2(3) \times P_{22} + P_3(3) \times P_{32} + P_4(3) \times P_{42} = 0{,}027 \times 0{,}4 + 0{,}148 \times 0{,}4 = \mathbf{0{,}07}$

$\mathbf{P_3(4)} = P_1(3) \times P_{13} + P_2(3) \times P_{23} + P_3(3) \times P_{33} + P_4(3) \times P_{43} = 0{,}027 \times 0{,}2 + 0{,}148 \times 0{,}4 + 0{,}214 \times 0{,}3 = \mathbf{0{,}1288}$

$\mathbf{P_4(4)} = P_1(3) \times P_{14} + P_2(3) \times P_{24} + P_3(3) \times P_{34} + P_4(3) \times P_{44} = 0{,}027 \times 0{,}1 + 0{,}148 \times 0{,}2 + 0{,}214 \times 0{,}7 + 0{,}611 \times 1 = \mathbf{0{,}7931}$

$0{,}0081 + 0{,}07 + 0{,}1288 + 0{,}7931 = 1$

После четырех проверок вероятности состояний составляют:

S_1 – 0,81 %; S_2 – 7 %; S_3 – 12,88 %; S_4 – 79,31 %.

Варианты для самостоятельной работы 5

Вариант 5.1

Система имеет 4 состояния. Заданы следующие переходные вероятности:

$P_{12} = 0{,}3$, $P_{14} = 0{,}5$, $P_{23} = 0{,}4$,
$P_{31} = 0{,}3$, $P_{34} = 0{,}3$.

В начальный момент времени система находится в состоянии S_1. Построить размеченный граф состояний системы. Составить матрицу переходных вероятностей. Определить вероятности состояний системы после 4-х шагов.

Вариант 5.2

Система имеет 4 состояния. Заданы следующие переходные вероятности:

$P_{12} = 0{,}3$, $P_{14} = 0{,}5$, $P_{23} = 0{,}6$,
$P_{24} = 0{,}2$.

В начальный момент времени система находится в состоянии $S1$. Построить размеченный граф состояний системы. Составить матрицу переходных вероятностей. Определить вероятности состояний системы после 4-х шагов.

8.2. Случайные процессы с непрерывным временем

Пусть имеется система $\boldsymbol{S}$, имеющая n состояний: $\boldsymbol{S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n}$. Переход системы из состояния в состояние может осуществляться в любой момент времени. Конечной целью исследования этого процесса должно быть определение вероятностей этих состояний [11, 29, 33].

Обозначим через $P_i\ (t)$ вероятность того, что в момент времени t система будет находиться в состоянии S_i. Для любого момента времени имеет место следующее соотношение: $\sum P_i\ (t) = 1$.

Назовем ***плотностью вероятности перехода*** λ_{ij} предел отношения вероятности перехода системы за время Δt из состояния S_i в состояние S_j к длине этого промежутка времени (при $t \to 0$):

$$\lambda_{ij} = \lim P_{ij}\ (\Delta t)\ /\ \Delta t,\ \text{для}\ j \neq i. \qquad (21)$$

При малом Δt вероятность перехода с точностью до бесконечно малых порядков равна:

$$P_{ij}\ (\Delta t) \approx \lambda_{ij}\ \text{x}\ \Delta t. \qquad (22)$$

Если все плотности вероятности перехода не зависят от t, т.е. не зависят от того, в какой момент начинается элементарный участок Δt, то такой марковский процесс называется ***однородным***. Если плотности вероятности перехода являются функцией от t, то марковский процесс называется ***неоднородным***.

Произведение λ_{ij} на $P_i\ (t)$ называется ***потоком вероятностей перехода*** системы из состояния S_i в состояние S_j. Зная плотности λ_{ij}, можно найти вероятности $P_i\ (t)$, составив и решив систему дифференциальных уравнений:

$$d\,P_j\ (t)\ /\ d\,t = (- \sum \lambda_{ij})\ \text{x}\ P_j\ (t) + \sum \lambda_{ij}\ \text{x}\ P_i\ (t). \qquad (23)$$

В левой части каждого уравнения стоят производные вероятности состояния, а правая часть содержит столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием. Если стрелка направлена из состояния, соответствующий член имеет знак «–», если в состояние – знак «+». Каждый член равен произведению плотности вероятности перехода, соответствующей данной стрелке, на вероятность того состояния, из которого выходит стрелка. Это правило позволяет записывать систему дифференциальных уравнений для любой системы по размеченному графу состояний [11].

Специальные типы случайных процессов

Транзитивные процессы

Пусть имеется непрерывная марковская цепь. Размеченный граф состояний такой системы может иметь весьма сложный вид. Для специальных типов случайных процессов нахождение вероятности состояний системы (процесса) может быть упрощено. Это относится к транзитивным марковским процессам. Марковский процесс называется ***транзитивным***, если существует такой промежуток времени ($t > 0$), в течение которого возможен переход системы из любого состояния в любое другое ($P_{ij}\ (t) > 0$).

Процессы гибели и размножения

Процесс, протекающий в системе S, в частном, но весьма распространенном случае может быть представлен таким графом состояний (рис. 12).

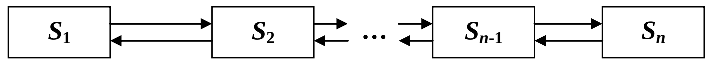


Рисунок 12 – **Граф состояний процесса гибели и размножения**

Для процессов гибели и размножения характерно то, что переход системы из какого либо состояния S_i возможен только в соседние состояния S_{i-1} и S_{i+1}. Процессы такого рода описывают, в частности, процессы изменения численности биологической популяции.

Частным случаем процессов гибели и размножения является циклический процесс, состояния которого связаны между собой в кольцо (рис. 13).

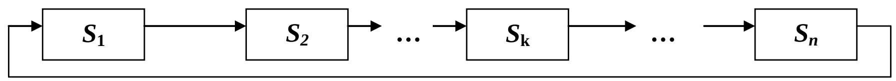


Рисунок 13 – **Граф состояний циклического процесса**

Если обозначить через t_k время пребывания системы S в состоянии S_k, то в этом случае вероятности состояний системы можно выразить через это время:

$$P_k = t_k\ /\ \sum t_i. \qquad (24)$$

Практическое задание

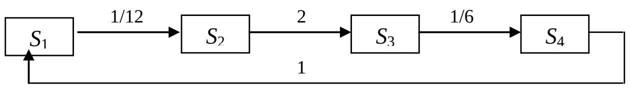
Задача 6

ЭВМ находится в одном из состояний:

S_1 – работает, S_2 – остановлена: поиск неисправности, S_3 – ремонт, S_4 – подготовка к пуску машины. Среднее время безотказной работы ЭВМ составляет 12 часов, для ремонта нужно 6 часов, поиск неисправности составляет 30 минут, подготовка к пуску – 1 час. Найти предельные вероятности состояний системы.

Решение.

Размеченный граф состояний системы:



Система уравнений:

$$\begin{cases} P_1 \times 1/12 = P_4 \times 1 \\ P_2 \times 2 = P_1 \times 1/12 \\ P_3 \times 1/6 = P_2 \times 2 \\ P_4 \times 1 = P_3 \times 1/6 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} & P_4 = 1/12\, P_1 \\ & P_2 = 1/24\, P_1 \\ & P_3 = ½\, P_1 \end{aligned}$$

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1$ $\qquad$ $P_1 + 1/24\, P_1 + ½\, P_1 + 1/12\, P_1 = 1$

$P_1 = 24/39 = 8/13 = 0{,}6154 = 61{,}54$ %;

$P_2 = 1/39 = 0{,}0256 = 2{,}56$ %;

$P_3 = 12/39 = 4/13 = 0{,}3077 = 30{,}77$ %;

$P_4 = 2/39 = 0{,}0513 = 5{,}13$ %.

Варианты для самостоятельной работы 6

Вариант 6.1

ЭВМ находится в одном из состояний:

S_1 – работает, S_2 – остановлена: поиск неисправности, S_3 – ремонт, S_4 – подготовка к пуску машины. Среднее время безотказной работы ЭВМ составляет 10 часов, для ремонта нужно 4 часов, поиск неисправности составляет 30 минут, подготовка к пуску – 30 минут. Найти предельные вероятности состояний системы.

Вариант 6.2

ЭВМ находится в одном из состояний:

S_1 – работает, S_2 – остановлена: поиск неисправности, S_3 – ремонт, S_4 – подготовка к пуску машины. Среднее время безотказной работы ЭВМ составляет 8 часов, для ремонта нужно 5 часов, поиск неисправности составляет 30 минут, подготовка к пуску – 20 минут. Найти предельные вероятности состояний системы.

9. АНАЛИЗ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Основные понятия и определения теории массового обслуживания ТМО (системы массового обслуживания – СМО).

В терминах СМО одиночный входной сигнал называют ***требованием*** (заявкой), а временную последовательность однотипных одиночных сигналов – ***входным потоком требований*** (заявок).

Продолжительность преобразований одиночного входного сигнала называют ***временем обслуживания одного требования***.

СМО могут быть *одноканальными и многоканальными*. Одноканальная система обслуживает одновременно только одно требование, многоканальная – несколько требований [29, 32]. Если к моменту поступления очередного требования цикл обслуживания предыдущего не закончился, то вновь поступившее требование или теряется и в дальнейшем процессе не участвует, или ожидает окончания цикла, после чего начинается его обслуживание. В первом случае система называется *системой обслуживания с потерями* (отказами), во втором – *системой обслуживания с ожиданием*.

В многоканальной системе с ожиданием требование, поступившее в момент, когда все каналы системы заняты, становится в очередь и ждет, пока не освободится один из каналов. При этом обслуживание требования в очереди может иметь определенный порядок или быть случайным. Время ожидания в очереди может быть как ограниченным, так и неограниченным.

Для СМО с потерями одной из наиболее важных характеристик является *вероятность отказа в обслуживании* (вероятность потери требования). Отказ в обслуживании происходит, когда все каналы системы заняты, т.е. вероятность отказа в обслуживании равна вероятности того, что все каналы окажутся занятыми.

В качестве критерия эффективности СМО с ожиданием используют *среднее время ожидания и среднюю длину очереди*, а также вероятность того, что в системе в данный момент будет занято 0, 1, 2 ... и т.д. каналов.

В системах с ограниченным временем ожидания, кроме перечисленных, могут быть использованы и другие критерии. Например, в некоторых системах требование не может находиться больше заданного времени, т.е. оно покидает систему по истечении этого времени, независимо от того, начато его обслуживание или нет. Тогда частичное обслуживание требования относится к непроизводительным затратам. Если отношение этого времени функционирования системы велико, то обслуживание организованно плохо, эффективность системы низкая.

Важным критерием СМО является абсолютная и относительная пропускные способности. *Абсолютная пропускная способность* характеризуется средним числом требований, которые система обслуживает в единицу времени. *Относительная пропускная способность системы* – отношение среднего числа обслуженных требований к числу поступивших в единицу времени [29, 32].

В общем случае входной поток требований рассматривает как случайный процесс $X(t)$. Для каждого значения t процесс представляет собой случайную величину.

В задачах теории массового обслуживания наиболее широкое распространение имеет входной поток, называемый пуассоновским потоком, обладающий свойствами ординарности и отсутствия последствия.

Ординарность потока требований означает, что вероятность появления двух и более требований в один и тот же момент времени равна нулю.

Практически в реальных потоках свойство ординарности означает, что вероятность одновременного появления двух и более требований пренебрежимо мала.

Отсутствие последствия заключается в том, что вероятность поступления на участок $(t, t+\tau)$ определенного числа требований не зависит от того, сколько требований уже поступило в систему до момента t. Отсутствие последействия предопределяет взаимную независимость протекания потока на неперекрывающихся отрезках времени. Свойство отсутствия последствия возникает тогда, когда появление последовательных требований вызвано различными несвязанными друг с другом причинами [29, 32].

Для пуассоновского потока вероятность поступления ровно m требований в заданном интервале $(t, t+\tau)$ определяется формулой Пуассона:

$$P_m = \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}, \qquad (25)$$

где a – среднее число требований, поступающих в интервале $(t, t+\tau)$.

Важной характеристикой входного потока является его интенсивность, или плотность $\lambda(t)$. Интенсивность потока называют математическим ожиданием числа требований в единицу времени.

Если интенсивность пуассоновского потока $\lambda = const$, то такой поток требований называют стационарным пуассоновским или простейшим потоком.

Для простейшего потока в любой момент времени t:

$$a = \lambda\tau, \qquad (26)$$

Если интенсивность потока есть функция времени, поток называют нестационарным, а среднее число требований в интервале $(t, t+\tau)$ выражается интегралом:

$$a(t) = \int_t^{t+\tau} \lambda(t)dt. \qquad (27)$$

Заметим, что формула (25) справедлива для обоих случаев.

Для простейшего потока формула (25) с учетом равенства (26) при $m = 0$ дает:

$$P_0 = e^{-\lambda t}. \qquad (28)$$

Это есть вероятность того, что в интервале $(t, t+\tau)$ не поступит ни одного требования. Вероятность противоположного события, поступления в интервале $(t, t+\tau)$ хотя бы одного требования:

$$P_I = I - e^{-\lambda t}. \qquad (29)$$

Время обслуживания одного требования ($T_{об.}$) является случайной величиной, поэтому полной его характеристикой будет закон распределения:

$$F_{об.}(t) = P(T_{об.} < t), \qquad (30)$$

т.е. вероятность того, что время обслуживания $T_{об.}$ не превысит некоторой величины t (обслуживание требований к моменту t закончено).

Наиболее простым законом распределения времени обслуживания, получившим большое распространение в задачах массового обслуживания, является показательный закон:

$$F_{об.}(t) = I - e^{-\mu t}, \qquad (31)$$

где $\mu = \frac{1}{m_{t_{об.}}}$ – постоянная величина, обратная математическому ожиданию времени обслуживания одного требования, которая представляет собой интенсивность потока обслуженных требований, т.е. среднее число обслуженных требований в единицу времени [29, 32].

Показательный закон характерен тем, что вероятность быстрого обслуживания системой достаточно велика. Отметим весьма важное свойство показательного закона распределения времени обслуживания; закон распределения оставшейся части времени обслуживания не зависит от того, сколько времени обслуживание уже продолжалось. Математически это свойство запишется в виде:

$$P_\tau(t) = P_0(t) = e^{-\mu t}, \qquad (32)$$

где $P_\tau(t)$ – вероятность того, что обслуживание, которое продолжалось уже время τ, продлится еще не меньше времени t.

Другое важное свойство показательного закона заключается в следующем. Если система обслуживания состоит из n независимых каналов и время обслуживания каждого i-го канала (i = 1,2, ...) подчинено показательному закону с параметром μ_i, то закон распределения времени обслуживания системы в целом будет также показательным:

$$F_{об.}(T_{об.} < t) = I - e^{-(\mu + \mu_2 + \ldots + \mu_n)\tau}, \qquad (33)$$

где $\mu = \sum_{i=1}^{n} \mu_i$. (34)

Как показывают данные наблюдений, наиболее часто встречаются на практике системы, в которых поток требований близок к простейшему, а время обслуживания является показательным. Эти системы наиболее полно разработаны в теории массового обслуживания.

Основные типы СМО [29, 32]

Одноканальная система с ожиданием

Требование, возникшее в источнике, поступает в накопитель. Если в этот момент обслуживающий прибор свободен, то требование (заявка) немедленно поступает на обслуживание. Если прибор занят, то требование остается в накопителе, становясь в конец имеющейся очереди. После окончания обслуживания предыдущей заявки, очередная заявка из накопителя принимается к обслуживанию. Если требований (заявок) в накопителе нет, то обслуживание не может быть начато (рис. 14).

Рисунок 14 – **Одноканальная система с ожиданием**

Система с ограниченной очередью (конечным накопителем)

Отличие этой системы от предыдущей заключается в том, что в любой момент времени в системе могут находиться не более N требований, где $1 \leq N < \infty$. Следовательно, в данной системе ёмкость накопителя равна $N - 1$. Если в момент поступления очередного требования в накопителе уже имеется ($N - 1$) требований, то поступившее требование теряется (рис. 15).

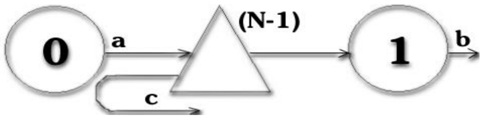


Рисунок 15 – **Система с ограниченной очередью**

Система с потерями (отказами)

Эта система является частным случаем системы с ограниченной очередью при $N = 1$. Для данной системы характерно, что ожидание требования не допускается (рис. 16).

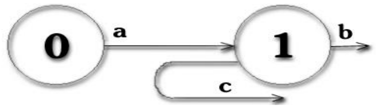


Рисунок 16 – **Система с потерями**

Многолинейная система с общей очередью (общим накопителем)

Предположим, что имеется n приборов (линий), каждый из которых может одновременно обслуживать одно требование. Системы с общей очередью часто встречаются в повседневной жизни (парикмахерские, стоянки такси и т.д.) (рис. 17).

Рисунок 17 – **Многолинейная система с общей очередью**

Аналогично можно определить *многолинейную систему с потерями* (рис. 18)

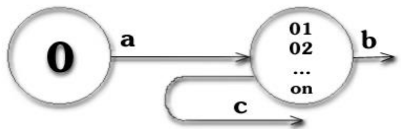


Рисунок 18 – **Многолинейная система с потерями**

и многолинейную систему с ограниченной очередью (рис. 19).

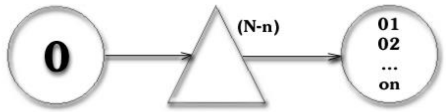


Рисунок 19 – **Многолинейная система с ограниченной очередью**

Система с ограниченным временем ожидания и ограниченной очередью. В данной системе поступавшее в накопитель требование может ожидать начала обслуживания лишь ограниченное время τ, где τ – случайная величина, α – поток потерь вследствие ограниченности времени ожидания (рис. 20). Пример: самолеты, идущие на посадку (из-за ограниченности запаса горючего).

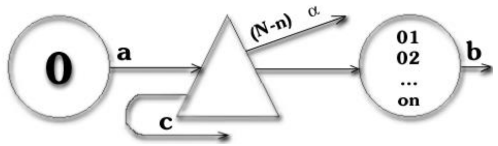


Рисунок 20 – **Система с ограниченным временем ожидания и ограниченной очередью**

Приоритетные системы (системы с приоритетным обслуживанием).

Пусть в СМО поступают требования двух типов (1 и 2). Требования обоих типов образуют раздельные очереди и в момент окончания обслуживания следующее требование выбирается из очереди требований 1 типа. Если в системе нет требований 1 типа, то принимаются к обслуживанию требования 2 типа. При выполнении указанных условий, считается, что требования 1 типа обладают относительным приоритетом перед требованиями 2 типа.

Другой формой приоритета является абсолютный приоритет. По определению, требования 1 типа обладают абсолютным приоритетом перед требованиями 2 типа, если в момент поступления требований 1 типа обслуживание требования 2 типа прерывается и немедленно начинается обслуживание поступившего требования 1 типа. Пример: мультипрограммная работа ЭВМ (рис. 21).

Рисунок 21 – **Приоритетные системы**

10. ФОРМАЛИЗОВАННЫЙ АНАЛИЗ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

Построение базы данных информационной системы требует глубокого изучения объекта управления, его информационных характеристик. При проектировании БД необходимо хорошо представлять себе область ее приложения. При этом на этапе проектирования информационной системы должны быть решены следующие вопросы:

1) о каких объектах или явлениях реального мира требуется накапливать и обрабатывать информацию в системе;

2) какие их основные характеристики и взаимосвязи между собой будут учитываться [25, 28, 31, 32, 33].

В результате этих действий определяются объекты, их свойства и связи, которые будут существенны для будущих пользователей системы. Для этого предлагается подход к анализу информационных характеристик объекта управления – формализованные процедуры изучения и анализа предметной области при проектировании БД ИС, использование которых позволяет уменьшить затраты на создание БД, повысить качество и экономическую обоснованность проектных решений, эффективность функционирования объекта управления в целом [25, 28, 31, 32, 33]. Предположим, что в результате обследования объекта автоматизации определен состав входных и выходных документов, перечень решаемых задач и т.д. Пусть:

$Z = \{Z_i\}$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ – множество документов, задач;

$R = \{r_i\}$ $(j = 1, 2, \ldots, m)$ – множество, составляющее словарь реквизитов.

Матрица обследования предметной области представляется в виде таблицы x_{ij}, при этом:

$$x_{ij} = \left\{ \begin{array}{l} 1, \textit{если } j \textit{ реквизит входит в } i \textit{ задачу}, \\ 0, \textit{если } j \textit{ реквизит не входит в } i \textit{ задачу} \end{array} \right\}.$$

Выделим задачи Z_i и Z_k и введем обозначения:

$P_{ik}^{(11)} = \{Z_i \cap Z_k\}$ – мощность пересечения множеств (число реквизитов, принадлежащих одновременно Z_i и Z_k);

$P_{ik}^{(10)} = \{Z_i / Z_k\}$ – мощность разности множеств (число реквизитов, входящих в Z_i и отсутствующих в Z_k);

$P_{ik}^{(01)} = \{Z_k / Z_i\}$ – мощность разности множеств (число реквизитов, входящих в Z_k и отсутствующих в Z_i).

Построим следующие матрицы:

$S_{ik} = P_{ik}^{(01)} / (P_{ik}^{(11)} + P_{ik}^{(10)})$ – мера рассогласования задач;

$H_{ik} = P_{ik}^{(11)} / (P_{ik}^{(11)} + P_{ik}^{(10)})$ – степень поглощения задачей Z_k задачи Z_i;

$G_{ik} = P_{ik}^{(11)} / (P_{ik}^{(11)} + P_{ik}^{(10)} + P_{ik}^{01})$ – мера подобия Жаккарда.

Преобразуем матрицы P, S, H, G в логические матрицы отношения поглощения (включения), элементы которых определяются следующим образом:

$$P_{ik}^{0} = \begin{cases} 1, если\ P_{ik}^{(01)} \le \varepsilon_p\ и\ i \ne k \\ 0, если\ P_{ik}^{(01)} > \varepsilon_p\ и\ i = k \end{cases}$$

$$S_{ik}^{0} = \begin{cases} 1, если\ S_{ik} \le \varepsilon_s\ и\ i \ne k \\ 0, если\ S_{ik} > \varepsilon_s\ и\ i = k \end{cases}$$

$$H_{ik}^{0} = \begin{cases} 1, если\ H_{ik} \ge \varepsilon_h\ и\ i = k \\ 0, если\ H_{ik} < \varepsilon_h\ и\ i \ne k \end{cases},$$

$$G_{ik}^{0} = \begin{cases} 1, если\ G_{ik} \ge \varepsilon_g\ и\ i = k \\ 0, если\ G_{ik} < \varepsilon_g\ и\ i \ne k \end{cases}$$

где ε_p, ε_s, ε_h, ε_g – пороговые (граничные) значения для матриц P, S, H и G соответственно.

Представление модели предметной области в виде набора матриц рассмотренного вида позволяет (данный алгоритм позволяет осуществить следующее) [25, 28, 31, 32, 33]:

– вывить внутренние логические связи между данными;

– проанализировать применяемость реквизитов в документах и составить полный словарь реквизитов;

– установить наличие информационной связи между задачами (документами) и количественно оценить степень этой связи;

– выделить сильно (слабо) связанные группы реквизитов;

– оптимизировать количество циркулирующих в системе управления документов и состав реквизитов в них.

Практическое задание

Задача 7

Наименование задачи, док-та (системы)	**Наименование реквизита (функции)**														
	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9	r_{10}	r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}	r_{15}
Z_1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
Z_2	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
Z_3	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Z_4	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Z_5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Z_6	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1

Примечание. 1 – реквизит входит в задачу (система выполняет функцию), 0 – реквизит не входит в задачу (система не выполняет функцию).

Построить матрицы P^{01}, P^{10}, P^{11}, S, H, G, P^0, S^0, H^0, G^0, графы по H^0, G^0, матрицу ($P^0 + (P^0)^2$), сделать вывод.

Пороговые значения ε_p = 1, ε_s = 0,1, ε_h = 0,6, ε_g = 0,5.

Решение

Строим матрицы:

$P_{ik}^{(01)}$	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6
Z_1	0	7	0	0	0	7
Z_2	5	0	4	2	2	2
Z_3	2	8	0	0	1	9
Z_4	4	8	2	0	1	10
Z_5	6	10	5	3	0	11
Z_6	3	0	3	2	1	0

$P_{ik}^{(10)}$	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6
Z_1	0	5	2	4	6	3
Z_2	7	0	8	8	10	0
Z_3	0	4	0	2	5	3
Z_4	0	2	0	0	3	2
Z_5	0	2	1	1	0	1
Z_6	7	2	9	10	11	0

$P_{ik}^{(11)}$	**Z₁**	**Z₂**	**Z₃**	**Z₄**	**Z₅**	**Z₆**
Z₁	0	3	6	4	2	5
Z₂	3	0	2	2	0	10
Z₃	6	2	0	4	1	3
Z₄	4	2	4	0	1	2
Z₅	2	0	1	1	0	1
Z₆	5	10	3	2	1	0

S_{ik}	**Z₁**	**Z₂**	**Z₃**	**Z₄**	**Z₅**	**Z₆**
Z₁	0	0,875	0	0	0	0,875
Z₂	0,5	0	0,4	0,2	0,2	0,2
Z₃	0,3	1,3	0	0	0,17	1,5
Z₄	1	2	0,5	0	0,3	2,5
Z₅	3	5	2,5	1	0	5,5
Z₆	0,25	0	0,25	0,17	0,1	0

H_{ik}	**Z₁**	**Z₂**	**Z₃**	**Z₄**	**Z₅**	**Z₆**
Z₁	1	0,375	0,75	0,5	0,25	0,625
Z₂	0,3	1	0,2	0,2	0	1
Z₃	1	0,33	1	0,67	0,17	0,5
Z₄	1	0,5	1	1	0,25	0,5
Z₅	1	0	0,5	0,5	1	0,5
Z₆	0,42	0,83	0,25	0,17	0,08	1

G_{ik}	**Z₁**	**Z₂**	**Z₃**	**Z₄**	**Z₅**	**Z₆**
Z₁	1	0,2	0,75	0,5	0,25	0,33
Z₂	0,2	1	0,14	0,17	0	0,8
Z₃	0,75	0,14	1	0,67	0,14	0,25
Z₄	0,5	0,17	0,67	1	0,25	0,14
Z₅	0,25	0	0,14	0,25	1	0,08
Z₆	0,33	0,8	0,25	0,14	0,08	1

Строим матрицы для пороговых значений $\varepsilon_p = 1$, $\varepsilon_s = 0{,}1$, $\varepsilon_h = 0{,}6$, $\varepsilon_g = 0{,}5$:

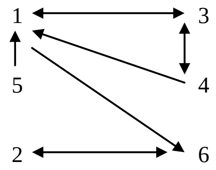
P^0	**Z₁**	**Z₂**	**Z₃**	**Z₄**	**Z₅**	**Z₆**
Z₁	0	0	1	1	1	0
Z₂	0	0	0	0	0	0
Z₃	0	0	0	1	1	0
Z₄	0	0	0	0	1	0
Z₅	0	0	0	0	0	0
Z₆	0	1	0	0	1	0

S^0	**Z₁**	**Z₂**	**Z₃**	**Z₄**	**Z₅**	**Z₆**
Z₁	0	0	1	1	1	0
Z₂	0	0	0	0	0	0
Z₃	0	0	0	1	0	0
Z₄	0	0	0	0	0	0
Z₅	0	0	0	0	0	0
Z₆	0	1	0	0	1	0

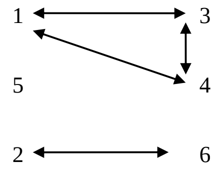
H^0	**Z₁**	**Z₂**	**Z₃**	**Z₄**	**Z₅**	**Z₆**
Z₁	1	0	1	0	0	1
Z₂	0	1	0	0	0	1
Z₃	1	0	1	1	0	0
Z₄	1	0	1	1	0	0
Z₅	1	0	0	0	1	0
Z₆	0	1	0	0	0	1

G^0	**Z₁**	**Z₂**	**Z₃**	**Z₄**	**Z₅**	**Z₆**
Z₁	1	0	1	1	0	0
Z₂	0	1	0	0	0	1
Z₃	1	0	1	1	0	0
Z₄	1	0	1	1	0	0
Z₅	0	0	0	0	1	0
Z₆	0	1	0	0	0	1

По матрицам H^0 и G^0 строим графы:



По матрице H^0



По матрице G^0

Преобразуем P^0 в матрицу полного поглощения ($\varepsilon_p = 0$):

$P^0_{полн}$	**Z₁**	**Z₂**	**Z₃**	**Z₄**	**Z₅**	**Z₆**
Z₁	0	0	1	1	1	0
Z₂	0	0	0	0	0	0
Z₃	0	0	0	1	0	0
Z₄	0	0	0	0	0	0
Z₅	0	0	0	0	0	0
Z₆	0	1	0	0	0	0

Построим матрицу $P^0_{полн} + (P^0_{полн})^2$:

0	0	1	2	1	0	**4**
0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	1	0	0	**1**
0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	0	0	0	**0**
0	1	0	0	0	0	**1**

Выводы:

1) 4 означает, что первая задача имеет наибольший информационный вес (ранг), т.е. первая задача имеет наибольшее количество информационных единиц, и она включает в себя наибольшее число информационных единиц других задач;

2) Задача 1 поглощает задачи 3, 4, 5, т.е. для решения этих задач достаточно той информации, которая используется при решении задачи 1;

3) Задача 4 информационно входит в задачу 3, поглощается ею, следовательно, если задача 4 решается в первую очередь, то нужно предусмотреть возможность решения задач 3, 5, 1 без реорганизации БД;

4) Входную информацию, необходимую для задач 2, 6, целесообразно выделить в отдельную группу, т.к. эти задачи информационно не связаны с другими, но связаны между собой.

Варианты для самостоятельной работы 7

Вариант 7.1

Наименование задачи, док-та	**Наименование реквизита**						
	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7
Z_1	1	1	0	1	1	1	0
Z_2	0	0	1	0	1	1	1
Z_3	1	1	0	1	1	1	0
Z_4	0	1	0	0	1	1	0
Z_5	0	1	0	0	0	0	0
Z_6	0	0	1	1	1	1	1

Построить матрицы P^{01}, P^{10}, P^{11}, S, G, P^0, S^0, G^0, граф по G^0, матрицу $(P^0 + (P^0)^2)$, сделать вывод.

Пороговые значения $\varepsilon_p = 0$, $\varepsilon_s = 0{,}2$, $\varepsilon_g = 0{,}6$.

Вариант 7.2

Наименование задачи, док-та	**Наименование реквизита**						
	r_8	r_9	r_{10}	r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}
Z_1	0	0	1	0	0	0	1
Z_2	1	1	0	1	1	1	0
Z_3	0	0	1	0	0	0	0
Z_4	0	0	1	0	0	0	0
Z_5	0	0	0	0	0	0	1
Z_6	1	1	0	1	1	1	1

Построить матрицы P^{01}, P^{10}, P^{11}, S, G, P^0, S^0, G^0, граф по G^0, матрицу $(P^0 + (P^0)^2)$, сделать вывод.

Пороговые значения $\varepsilon_p = 1$, $\varepsilon_s = 0{,}1$, $\varepsilon_g = 0{,}8$.

11. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ ПО КРИТЕРИЮ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ПОЛНОТЫ

Перед проведением анализа выявляется перечень функциональных операций, выполняемых разными системами.

На первом этапе [21, 30] заполняется справочник систем и справочник функциональных операций. Далее формируется исходная таблица. Условимся в обозначениях: $Z = \{Z_i\}$ (i = 1, 2, …, n) – множество тестовых систем; $R = \{r_i\}$ (j = 1, 2, …, m) – множество, составляющее словарь функциональных операций. Исходная таблица – X, элементы которой определяются следующим образом:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \textit{если } f_j \textit{ выполняется } S_i \\ 0, \textit{если } f_j \textit{ не выполняется } S_i \end{cases}.$$

Выделим системы Z_i и Z_k и введем следующие обозначения:

$P_{ik}^{(11)} = \{Z_i \cap Z_k\}$ – мощность пересечения множеств (число операций, выполняемых одновременно Z_i и Z_k);

$P_{ik}^{(10)} = \{Z_i / Z_k\}$ – мощность разности множеств (число операций, выполняемых в Z_i и невыполняемых в Z_k);

$P_{ik}^{(01)} = \{Z_k / Z_i\}$ – мощность разности множеств (число операций, выполняемых в Z_k и невыполняемых в Z_i).

Построим следующие матрицы:

$S_{ik} = P_{ik}^{(01)} / (P_{ik}^{(11)} + P_{ik}^{(10)})$ – мера рассогласования систем;

$H_{ik} = P_{ik}^{(11)} / (P_{ik}^{(11)} + P_{ik}^{(10)})$ – степень поглощения системой Z_k системы Z_i;

$G_{ik} = P_{ik}^{(11)} / (P_{ik}^{(11)} + P_{ik}^{(10)} + P_{ik}^{01})$ – мера подобия Жаккарда.

Преобразуем матрицы P, S, H, G в логические матрицы отношения поглощения (включения), элементы которых определяются следующим образом:

$$P_{ik}^{0} = \begin{cases} 1, \textit{если } P_{ik}^{(01)} \le \varepsilon_p \textit{ и } i \ne k \\ 0, \textit{если } P_{ik}^{(01)} > \varepsilon_p \textit{ и } i = k \end{cases}$$

$$S_{ik}^{0} = \begin{cases} 1, \textit{если } S_{ik} \le \varepsilon_s \textit{ и } i \ne k \\ 0, \textit{если } S_{ik} > \varepsilon_s \textit{ и } i = k \end{cases}$$

$$H_{ik}^{0} = \begin{cases} 1, \textit{если } H_{ik} \ge \varepsilon_h \textit{ и } i = k \\ 0, \textit{если } H_{ik} < \varepsilon_h \textit{ и } i \ne k \end{cases},$$

$$G_{ik}^{0} = \begin{cases} 1, \textit{если } G_{ik} \ge \varepsilon_g \textit{ и } i = k \\ 0, \textit{если } G_{ik} < \varepsilon_g \textit{ и } i \ne k \end{cases}$$

где ε_p, ε_s, ε_h, ε_g – пороговые (граничные) значения для матриц P, S, H и G соответственно.

Для разных граничных значений по матрице G^0 строятся графы взаимосвязи между системами. Анализ графов позволяет определить группы систем, связанных между собой по выполняемым функциям. По рассчитанной матрице $P^0 + (P^0)^2$ определяется ранжирование тестовых систем по критерию функциональной полноты.

Следующим шагом (2-й этап) [21, 30] в данном исследовании является включение в расчеты перечня обязательных функций в качестве абстрактной (условной) системы. Выполняются все необходимые расчеты. По ним видно, какие из систем наиболее полно соответствуют требованию по наличию обязательных функций (другие системы как не реализующие нужные пользователю функции могут быть исключены из дальнейшего рассмотрения). Эти системы дают возможность *(3-й этап)* [21, 30] сформировать новую исходную матрицу и рассчитать по ней все матрицы. Далее по P^{01} строится таблица, в которой перечисляются функции, не предусмотренные в обязательном перечне, но реализуемые какой-либо из систем. По P^{10} строится аналогичная таблица, в которой были перечисляются функции, предусмотренные обязательным набором и не реализуемые системами. По матрице G^0 строятся графы, показывающие степень взаимосвязи между системами по выполняемым функциям. По матрице $P^0 + (P^0)^2$ определяется ранжирование выделенных систем.

Из построенных таблиц пользователь может выбрать одну или несколько заинтересовавших его функций и дополнить ими строку с обязательными функциями, после чего процедура повторяется.

Таким образом, ***данный алгоритм позволяет осуществить следующее*** [21, 30]:

✓ составить *полный перечень* функций, реализуемых рассмотренными системами;

✓ *систематизировать* сведения о составе и функциональной полноте существующих систем;

✓ *количественно* оценить степень соответствия той или иной системы требованиям пользователя к функциональной полноте;

✓ *проранжировать* системы по критерию функциональной полноты;

✓ на стадии *предварительного анализа* исключить из дальнейшего рассмотрения системы, в которых не реализуются нужные пользователю функции;

✓ сформировать группу систем, имеющих *одинаковую* функциональную полноту, сопоставить их цены и другие характеристики;

✓ расширить для потребителя-пользователя *возможности оптимального выбора* на рынке систем, предоставив перечень выполняемых каждой системой функций, а разработчику системы показать место его продукта среди существующих систем.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Понятие системы. Классификация систем.
2. Анализ и синтез систем. Методы моделирования систем.
3. Понятие управления. Система управления. Схема системы управления.
4. Основы метода экспертных оценок. Области применения экспертных методов.
5. Метод групповых экспертных оценок.
6. Этапы проведения экспертизы.
7. Последовательной шагов экспертизы.
8. Способы обработки мнений экспертов и определения степени согласованности между ними.
9. Мозговая атака.
10. Морфологический анализ.
11. Основные понятия, определения, обозначения задачи классификации.
12. Качественное описание задачи классификации. Этапы решения задачи классификации.
13. Типы задач, решаемых методами автоматической классификации.
14. Геометрический смысл задач классификации.
15. Характеристики положения классов.
16. Алгоритмы автоматической классификации.
17. Понятие алгебры логики.
18. Задачи, решаемые с помощью методов алгебры логики.
19. Основные правила алгебры логики.
20. Аппроксимация динамики рядов. Выявление основной направленности динамического процесса.
21. Метод скользящих средних.
22. Основные понятия и определения теории случайных процессов.

23. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и дискретным временем.

24. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем.

25. Специальные типы случайных процессов.

26. Теория массового обслуживания: основные понятия и определения.

27. Основные типы систем массового обслуживания.

28. Анализ предметной области.

29. Сравнительный анализ сложных систем по критерию функциональной полноты.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Большой энциклопедический словарь / Гл. ред. А.М. Прохоров. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Норинт, 2004. – 1456 с.

2. Винер Н. Кибернетика или управление и связь в животном и машине. – М.: Наука, 1983. – 325 с.

3. Волкова В.Н. Постепенная формализация моделей принятия решений. – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2006. – 120 с.

4. Волкова В.Н., Денисов А.А. Методы организации сложных экспертиз: Учеб. пособие. – 4-е изд. – СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2010. – 128 с.

5. Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа. – СПб.: Издательство СПбГТУ, 1997. – 510 с.

6. Волкова В.Н., Денисов А.А. Теория систем: Учеб. пособие. – М.: Высшая школа, 2006. – 511 с.

7. Волкова В.Н., Денисов А.А., Темников Ф.Е. Методы формализованного представления систем: Учеб. пособие. – СПб.: СПбГТУ, 1993.

8. Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа. – М.: ЮРАЙТ, 2010. – 480 с.

9. Денисов А.А. Современные проблемы системного анализа: Учебник. – 3-е изд. – СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2008. – 304 с.

10. Долятовский В.А., Ситников Р.В. Системный анализ в управлении организации: Учеб. пособие. – Ростов н/Д: Изд-во РГЭУ (РИНХ), 2010. – 118 с.

11. Калугян К.Х., Хубаев Г.Н. Теория систем и системный анализ: Методические рекомендации по решению задач. – Ростов н/Д: РГЭУ «РИНХ», 2009. – 32 с.

12. Краизмер Л.П. Кибернетика. – М.: Экономика, 1977. – 280 с.

13. Кунц Г., О’Доннел С. Управление: системный и ситуационный анализ управленческих функций. Том 1 / Пер. с англ. – М.: Прогресс, 1981. – 496 с.

14. Литвак Б.Г. Экспертная информация: методы получения и анализа. – М.: Радио и связь, 1982.

15. Месарович М., Такахара И. Общая теория систем: математические основы. – М.: Мир,1978.

16. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.: Наука,1981.

17. Одрин В.М., Картавов С.С. Морфологический анализ систем. – Киев: Наукова думка, 1977.

18. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1989.

19. Теория систем и системный анализ в управлении организациями: Справочник: Учеб. пособие / Под ред. В.Н. Волковой и А.А. Емельянова. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 848 с.

20. Терехов Л.Л. Моделирование экономических систем: Учеб. пособие. – Ростов н/Д: Изд-во РГЭУ «РИНХ», 2008. – 111 с.

21. Хубаев Г.Н. Алгоритм сравнения сложных систем по критерию функциональной полноты // Экономико-организационные проблемы анализа, проектирования и применения информационных систем: Материалы Межгос. науч.-практ. конференции. – Ростов н/Д, 1997. – С. 47–52.

22. Хубаев Г.Н. Количественные методы принятия решений. – Ростов н/Д, 1975. – 32 с.

23. Хубаев Г.Н. Математические методы и вычислительная техника в задачах упорядочения объектов и при отборе значимых факторов. – Ростов н/Д, 1975.

24. Хубаев Г.Н. Математические модели и методы анализа качества продукции. – Ростов н/Д, 1974. – 37 с.

25. Хубаев Г.Н. Методика анализа предметной области // Компьютеризация информационных процессов в управлении народным хозяйством: Тез. докл. Всесоюз. науч. конф. (Москва, 3–5 октября 1988 г.). – М., 1988.

26. Хубаев Г.Н. Методика сравнительной экспертной оценки качества сложных программных средств // Анализ и проектирование

систем управления производством: Межвуз. сб. – Н. Новгород: Изд-во Н.-Новгор. ун-та, 1992.

27. Хубаев Г.Н. Об одном методе получения и формализации априорной информации при отборе значимых факторов // Сб. докладов итоговой науч. конф. Рост. инс-та народн. хоз-ва. Вып. 1. – Ростов н/Д, 1973. – С. 238–244.

28. Хубаев Г.Н. Об экономической эффективности применения банков данных // Анализ и моделирование экономических процессов. – Горький: Изд-во Горьковск. гос. ун-та, 1989.

29. Хубаев Г.Н. Системный анализ: Учеб. пособие. – Ростов н/Д: Изд-во РГЭУ «РИНХ», 2001. – 148 с.

30. Хубаев Г.Н. Сравнение сложных программных систем по критерию функциональной полноты // Программные продукты и системы (SOFTWARE&SYSTEMS). – 1998. – № 2.

31. Хубаев Г.Н. Экономика проектирования и применения банков данных. – Ростов н/Д: Изд-во РИСХМ, 1989. – 69 с.

32. Хубаев Г.Н. Экономическая оценка потребительского качества программных средств. – Ростов н/Д: Изд-во РИНХ, 1994. – 15 с.

33. Хубаев Г.Н. Экономическая оценка потребительского качества программных средств: Текст лекций. – Ростов н/Д: Изд-во РГЭА, 1997. – 94 с.

34. www.wikipedia.org.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

ТЕОРИЯ СИСТЕМ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Каринэ Хачересовна Калугян
Георгий Николаевич Хубаев

Редактирование,
верстка и макетирование Э.В. Шмыгля

Изд. № 91/2792. Подписано в печать 15.08.2016.
Объем 2,3 уч.-изд. л., 5,0 усл. печ. л. Формат 60х84/16.
Гарнитура «Таймс». Печать цифровая. Бумага офсетная.
Заказ № 171. Тираж 500 экз.

344002, Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 69, РГЭУ (РИНХ), к. 152.
Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ)