Министерство образования и науки Российской Федерации

Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)

Л. В. Сахарова

ТИПОВЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Ростов-на-Дону

2017

УДК 51 (075)
С 22

С 22 Сахарова Л. В. Типовые расчетные задания по математике : учеб. пособие / Л. В. Сахарова. – Ростов н/Д: Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2017. – 104 с.

ISBN 978-5-7972-2362-7

Предлагаемое типовое расчетное задание по линейной алгебре содержит 1740 типовых заданий по темам «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Неопределенный и определенный интеграл», «Функции нескольких переменных», «Дифференциальные уравнения», сгруппированны[в 50 разделов по 30 вариантов в каждом. Пособие предназначено для первого курса бакалавров очной и заочной формы обучения направления подготовки «Менеджмент», осуществляющих изучение дисциплины «Математика». Преподаватели могут использовать его также для составления вариантов аудиторных контрольных работ, проведения зачётов и экзаменов.

Рецензенты:
д.ф.-м. н., профессор кафедры «Дифференциальные и интегральные уравнения»
ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» ***Боев Н. В.***

к.э.н., доцент кафедры «Фундаментальная и прикладная математика»
ФГБОУ ВО «РГЭУ (РИНХ)» ***Алексейчик Т. В.***

Утверждено в качестве учебного пособия
редакционно-издательским советом РГЭУ (РИНХ)

ISBN 978-5-7972-2362-7

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие соответствует программе дисциплины «Математика» высших учебных заведений и содержит типовые расчетные задания по разделам: «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Неопределенный и определенный интеграл», «Функции нескольких переменных», «Дифференциальные уравнения»».

Часть 1 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» содержит 480 задач, которые сгруппированы в шестнадцать разделов. Часть 2 «Неопределенный и определенный интеграл» содержит 450 задач, сгруппированых в пятнадцать разделов. Часть 3 «Функции нескольких переменных» содержит 240 задач, сгруппированых в восемь разделов. Часть 4 «Дифференциальные уранения» содержит 570 задач, сгруппированых в девятнадцать разделов. Каждый раздел содержит 30 задач в основном среднего уровня сложности для комплектования вопросов типового расчетного задания.

Пособие предназначено для индивидуальных домашних заданий первого курса бакалавров очной и заочной формы обучения направления подготовки «Менеджмент», осуществляющих изучение дисциплины «Математика». Преподаватели могут использовать его также для составления вариантов аудиторных контрольных работ, проведения зачетов и экзаменов.

ЧАСТЬ 1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Задание 1

Составить уравнение нормали и уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0.

1. $y=\left(4x-x^2\right)/4, \quad x_0=2.$

2. $y=2x^2+3x-1, \quad x_0=-2.$

3. $y=x-x^3, \quad x_0=-1.$

4. $y=x^2+8\sqrt{x}-32, \quad x_0=4.$

5. $y=x+\sqrt{x^3}, \quad x_0=1.$

6. $y=\sqrt[3]{x^2}-20, \quad x_0=-8.$

7. $y=\dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}, \quad x_0=4.$

8. $y=8\sqrt[4]{x}-70, \quad x_0=16.$

9. $y=2x^2-3x+1, \quad x_0=1.$

10. $y=\left(x^2-3x+6\right)/x^2, \quad x_0=3.$

11. $y=\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}, \quad x_0=64.$

12. $y=\left(x^3+2\right)/\left(x^3-2\right), \quad x_0=2.$

13. $y=2x^2+3, \quad x_0=-1.$

14. $y=\dfrac{x^{29}+6}{x^4+1}, \quad x_0=1.$

15. $y=2x+\dfrac{1}{x}, \quad x_0=1.$

16. $y=-2\left(x^8+2\right)/\left(3\left(x^4+1\right)\right), \quad x_0=1.$

17. $y=\dfrac{x^5+1}{x^4+1}, \quad x_0=1.$

18. $y=\dfrac{x^{16}+9}{1-5x^2}, \quad x_0=1.$

19. $y=3\left(\sqrt[3]{x}-2\sqrt{x}\right), \quad x_0=1.$

20. $y=1/\left(3x+2\right), \quad x_0=2.$

21. $y=x/\left(x^2+1\right), \quad x_0=-2.$

22. $y=\left(x^2-3x+3\right)/3, \quad x_0=3.$

23. $y=2x/\left(x^2+1\right), \quad x_0=1.$

24. $y=-2\left(\sqrt[3]{x}+3\sqrt{x}\right), \quad x_0=1.$

25. $y=\dfrac{1+3x^2}{3+x^2}, \quad x_0=1.$

26. $y=14\sqrt{x}-15\sqrt[3]{x}+2, \quad x_0=1.$

27. $y=3\sqrt[4]{x}-\sqrt{x}, \quad x_0=1.$

28. $y=\left(3x-2x^3\right)\big/3, \quad x_0=1.$

29. $y=x^2\big/10+3, \quad x_0=2.$

30. $y=\left(x^2-2x-3\right)\big/4, \quad x_0=4.$

Задание 2

Найти дифференциал dy.

1. $y=x\arcsin(1/x)+\ln\left|x+\sqrt{x^2-1}\right|, \quad x>0.$

2. $y=\operatorname{tg}\left(2\arccos\sqrt{1-2x^2}\right), \quad x>0.$

3. $y=\sqrt{1+2x}-\ln\left|x+\sqrt{1+2x}\right|.$

4. $y=x^2\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^2-1}.$

5. $y=\arccos\left(1\big/\sqrt{1+2x^2}\right), \quad x>0.$

6. $y=x\ln\left|x+\sqrt{x^2+3}\right|-\sqrt{x^2+3}.$

7. $y=\operatorname{arctg}(\operatorname{sh}x)+(\operatorname{sh}x)\ln\operatorname{ch}x.$

8. $y=\arccos\left(\left(x^2-1\right)\big/\left(x^2\sqrt{2}\right)\right).$

9. $y=\ln\left(\cos^2x+\sqrt{1+\cos^4x}\right).$

10. $y=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)-\sqrt{1+x^2}\operatorname{arctg}x.$

11. $y=\dfrac{\ln|x|}{1+x^2}-\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{x^2}{1+x^2}$

12. $y=\ln\left(e^x+\sqrt{e^{2x}-1}\right)+\arcsin e^x.$

13. $y = x\sqrt{4-x^2} + a\arcsin(x/2).$

14. $y = \ln\mathrm{tg}(x/2) - x/\sin x.$

15. $y = 2x + \ln|\sin x + 2\cos x|.$

16. $y = \sqrt{\mathrm{ctg}\, x} - \sqrt{\mathrm{tg}^3 x}/3.$

17. $y = \ln\left|\dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{2x}\right|.$

18. $y = \sqrt[3]{\dfrac{x+2}{x-2}}.$

19. $y = \mathrm{arctg}\,\dfrac{x^2-1}{x}.$

20. $y = \ln\left|x^2-1\right| - \dfrac{1}{x^2-1}.$

21. $y = \mathrm{arctg}\left(\mathrm{tg}\,\dfrac{x}{2}+1\right).$

22. $y = \ln\left|2x + 2\sqrt{x^2+x}+1\right|.$

23. $y = \ln\left|\cos\sqrt{x}\right| + \sqrt{x}\,\mathrm{tg}\sqrt{x}.$

24. $y = \mathrm{e}^x(\cos 2x + 2\sin 2x).$

25. $y = x(\sin\ln x - \cos\ln x).$

26. $y = \left(\sqrt{x-1} - \dfrac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{2\sqrt{x-1}}.$

3.27. $y = \cos x \cdot \ln\mathrm{tg}\, x - \ln\mathrm{tg}\,\dfrac{x}{2}.$

28. $y = \sqrt{3+x^2} - x\ln\left|x + \sqrt{3+x^2}\right|.$

29. $y = \sqrt{x} - (1+x)\,\mathrm{arctg}\sqrt{x}.$

30. $y = x\operatorname{arctg} x - \ln\sqrt{1+x^2}$.

Задание 3

Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

1. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7{,}76.$

2. $y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}, \quad x = 1{,}012.$

3. $y = \left(x + \sqrt{5 - x^2}\right)\Big/2, \quad x = 0{,}98.$

4. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 27{,}54.$

5. $y = \arcsin x, \quad x = 0{,}08.$

6. $y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, \quad x = 0{,}97.$

7. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 26{,}46.$

8. $y = \sqrt{x^2 + x + 3}, \quad x = 1{,}97.$

9. $y = x^{11}, \quad x = 1{,}021.$

10. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 1{,}21.$

11. $y = x^{21}, \quad x = 0{,}998.$

12. $y = \sqrt[3]{x^2}, \quad x = 1{,}03.$

13. $y = x^6, \quad x = 2{,}01.$

14. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 8{,}24.$

15. $y = x^7, \quad x = 1{,}996.$

16. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7{,}64.$

17. $y = \sqrt{4x - 1}, \quad x = 2{,}56.$

18. $y = 1\Big/\sqrt{2x^2 + x + 1}, \quad x = 1{,}016.$

19. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=8{,}36.$

20. $y=1\big/\sqrt{x}, \quad x=4{,}16.$

21. $y=x^7, \quad x=2{,}002.$

22. $y=\sqrt{4x-3}, \quad x=1{,}78.$

23. $y=\sqrt{x^3}, \quad x=0{,}98.$

24. $y=x^5, \quad x=2{,}997.$

25. $y=\sqrt[5]{x^2}, \quad x=1{,}03.$

26. $y=x^4, \quad x=3{,}998.$

27. $y=\sqrt{1+x+\sin x}, \quad x=0{,}01.$

28. $y=\sqrt[3]{3x+\cos x}, \quad x=0{,}01.$

29. $y=\sqrt[4]{2x-\sin\left(\pi x/2\right)}, \quad x=1{,}02.$

30. $y=\sqrt{x^2+5}, \quad x=1{,}97.$

Задание 4

Найти производную.

1. $y=\dfrac{2\left(3x^3+4x^2-x-2\right)}{15\sqrt{1+x}}.$

2. $y=\dfrac{\left(2x^2-1\right)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}.$

3. $y=\dfrac{x^4-8x^2}{2\left(x^2-4\right)}.$

4. $y=\dfrac{2x^2-x-1}{3\sqrt{2+4x}}.$

5. $y=\dfrac{\left(1+x^8\right)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}.$

6. $y=\dfrac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}.$

7. $y=\dfrac{\left(x^2-6\right)\sqrt{\left(4+x^2\right)^3}}{120x^5}.$

8. $y=\dfrac{\left(x^2-8\right)\sqrt{x^2-8}}{6x^3}.$

9. $y=\dfrac{4+3x^3}{x^3\sqrt[3]{\left(2+x^3\right)^2}}$.

10. $y=\sqrt[3]{\dfrac{\left(1+x^{3/4}\right)^2}{x^{3/2}}}$.

11. $y=\dfrac{x^6+x^3-2}{\sqrt{1-x^3}}$.

12. $y=\dfrac{\left(x^2-2\right)\sqrt{4+x^2}}{24x^3}$.

13. $y=\dfrac{1+x^2}{2\sqrt{1+2x^2}}$.

14. $y=\dfrac{\sqrt{x-1}(3x+2)}{4x^2}$.

15. $y=\dfrac{\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}}{3x^3}$.

16. $y=\dfrac{x^6+8x^3-128}{\sqrt{8-x^3}}$.

17. $y=\dfrac{\sqrt{2x+3}(x-2)}{x^2}$.

18. $y=\left(1-x^2\right)\sqrt[5]{x^3+\dfrac{1}{x}}$.

19. $y=\dfrac{\left(2x^2+3\right)\sqrt{x^2-3}}{9x^3}$.

20. $y=\dfrac{x-1}{\left(x^2+5\right)\sqrt{x^2+5}}$.

21. $y=\dfrac{(2x+1)\sqrt{x^2-x}}{x^2}$.

22. $y=2\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}$.

23. $y=\dfrac{1}{(x+2)\sqrt{x^2+4x+5}}$.

24. $y=3\dfrac{\sqrt[3]{x^2+x+1}}{x+1}$.

25. $y=3\cdot\sqrt[3]{\dfrac{(x+1)}{(x-1)^2}}$.

26. $y=\dfrac{x+7}{6\sqrt{x^2+2x+7}}$.

27. $y=\dfrac{x\sqrt{x+1}}{x^2+x+1}$.

28. $y=\dfrac{x^2+2}{2\sqrt{1-x^4}}$.

29. $y=\dfrac{(x+3)\sqrt{2x-1}}{2x+7}$.

30. $y=\dfrac{3x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+2}}$.

Задание 5

Найти производную.

1. $y = x - \ln\left(2 + \mathrm{e}^x + 2\sqrt{\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x + 1}\right).$

2. $y = \mathrm{e}^{2x}(2 - \sin 2x - \cos 2x)/8.$

3. $y = \dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}\dfrac{\mathrm{e}^x - 3}{2}.$

4. $y = \dfrac{1}{\ln 4}\ln\dfrac{1 + 2^x}{1 - 2^x}.$

5. $y = 2\sqrt{\mathrm{e}^x + 1} + \ln\dfrac{\sqrt{\mathrm{e}^x + 1} - 1}{\sqrt{\mathrm{e}^x + 1} + 1}.$

6. $y = \dfrac{2}{3}\sqrt{\left(\operatorname{arctg} e^x\right)^3}.$

7. $y = \dfrac{1}{2}\ln\left(e^{2x} + 1\right) - 2\operatorname{arctg} e^x.$

8. $y = \ln\left(e^x + 1\right) + \dfrac{18e^{2x} + 27e^x + 11}{6\left(e^x + 1\right)^3}.$

9. $y = \dfrac{2\left(\sqrt{2^x - 1} - \operatorname{arctg}\sqrt{2^x - 1}\right)}{\ln 2}.$

10. $y = 2(x - 2)\sqrt{1 + e^x} - 2\ln\dfrac{\sqrt{1 + e^x} - 1}{\sqrt{1 + e^x} + 1}.$

11. $y = \dfrac{e^{\alpha x}(\alpha\sin\beta x - \beta\cos\beta x)}{\alpha^2 + \beta^2}.$

12. $y = \dfrac{e^{\alpha x}(\beta\sin\beta x - \alpha\cos\beta x)}{\alpha^2 + \beta^2}.$

13. $y=e^{ax}\left[\frac{1}{2a}+\frac{a\cos 2bx+2b\sin 2bx}{2\left(a^2+4b^2\right)}\right].$

14. $y=x+\frac{1}{1+e^x}-\ln\left(1+e^x\right).$

15. $y=x-3\ln\left[\left(1+e^{x/6}\right)\sqrt{1+e^{x/3}}\right]-3\operatorname{arctg} e^{x/6}.$

16. $y=x+\frac{8}{1+e^{x/4}}.$

17. $y=\ln\left(e^x+\sqrt{e^{2x}-1}\right)+\arcsin e^{-x}.$

18. $y=x-e^{-x}\arcsin e^x-\ln\left(1+\sqrt{1-e^{2x}}\right).$

19. $y=x-\ln\left(1+e^x\right)-2e^{-x/2}\operatorname{arctg} e^{x/2}-\left(\operatorname{arctg} e^{x/2}\right)^2.$

20. $y=\frac{e^{x^3}}{1+x^3}.$

21. $y=\frac{1}{m\sqrt{ab}}\operatorname{arctg}\left(e^{mx}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}\right).$

22. $y=3e^{\sqrt[3]{x}}\left(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+2\right).$

23. $y=\ln\frac{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}-e^x-1}{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}-e^x+1}.$

24. $y=e^{\sin x}\left(x-\frac{1}{\cos x}\right).$

25. $y=\frac{e^x}{2}\left[\left(x^2-1\right)\cos x+\left(x-1\right)^2\sin x\right].$

26. $y=\operatorname{arctg}\left(e^x-e^{-x}\right).$

27. $y=3e^{\sqrt[3]{x}}\left(\sqrt[3]{x^5}-5\sqrt[3]{x^4}+20x-60\sqrt[3]{x^2}+120\sqrt[3]{x}-120\right).$

28. $y=-\dfrac{e^{3x}}{3\operatorname{sh}^3 x}.$

29. $y=\arcsin e^{-x}-\sqrt{1-e^{2x}}.$

30. $y=-\dfrac{1}{2}e^{-x^2}\left(x^4+2x^2+2\right).$

Задание 6

Найти производную.

1. $y=\sqrt{x}\ln\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+a}\right)-\sqrt{x+a}.$

2. $y=\ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right).$

3. $y=2\sqrt{x}-4\ln\left(2+\sqrt{x}\right).$

4. $y=\ln\dfrac{x^2}{\sqrt{1-ax^4}}.$

5. $y=\ln\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right).$

6. $y=\ln\dfrac{a^2+x^2}{a^2-x^2}.$

7. $y=\ln^2\left(x+\cos x\right).$

8. $y=\ln^3\left(1+\cos x\right).$

9. $y=\ln\dfrac{x^2}{1-x^2}.$

10. $y=\ln\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{x}{2}\right).$

11. $y=\ln\sqrt[4]{\dfrac{1+2x}{1-2x}}.$

12. $y=x+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\ln\dfrac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}+a^{\pi^{\sqrt{2}}}.$

13. $y=\ln\sin\dfrac{2x+4}{x+1}.$

14. $y=\log_{16}\log_5 \operatorname{tg} x.$

15. $y=\log_4\log_2 \operatorname{tg} x.$

16. $y=x(\cos\ln x+\sin\ln x)/2.$

17. $y=\ln\cos\dfrac{2x+3}{x+1}.$

18. $y=\lg\ln(\operatorname{ctg} x).$

19. $y=\log_a\dfrac{1}{\sqrt{1-x^4}}.$

20. $y=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\ln\left(\sqrt{2}\operatorname{tg} x+\sqrt{1+2\operatorname{tg}^2 x}\right).$

21. $y=\ln\arcsin\sqrt{1-e^{2x}}.$

22. $y=\ln\arccos\sqrt{1-e^{4x}}.$

23. $y=\ln\left(bx+\sqrt{a^2+b^2x^2}\right).$

24. $y=\ln\dfrac{\sqrt{x^2+1}+x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-x\sqrt{2}}.$

25. $y=\ln\left(\arccos\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right).$

26. $y=\ln\left(e^x+\sqrt{1+e^{2x}}\right).$

27. $y=\ln\dfrac{\sqrt{5}+\mathrm{tg}(x/2)}{\sqrt{5}-\mathrm{tg}(x/2)}$.

28. $y=\ln\dfrac{\ln x}{\sin(1/x)}$.

29. $y=\ln\ln\sin(1+1/x)$.

30. $y=\ln\ln^3\ln^2 x$.

Задание 7

Найти производную.

1. $y=\sin\sqrt{3}+\dfrac{1}{3}\dfrac{\sin^2 3x}{\cos 6x}$.

2. $y=\cos\ln 2-\dfrac{1}{3}\dfrac{\cos^2 3x}{\sin 6x}$.

3. $y=\mathrm{tg}\lg\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}\dfrac{\sin^2 4x}{\cos 8x}$.

4. $y=\mathrm{ctg}\sqrt[3]{5}-\dfrac{1}{8}\dfrac{\cos^2 4x}{\sin 8x}$.

5. $y=\dfrac{\cos\sin 5\cdot\sin^2 2x}{2\cos 4x}$.

6. $y=\dfrac{\sin\cos 3\cdot\cos^2 2x}{4\sin 4x}$.

7. $y=\dfrac{\cos\ln 7\cdot\sin^2 7x}{7\cos 14x}$.

8. $y=\cos(\mathrm{ctg}\,2)-\dfrac{1}{16}\dfrac{\cos^2 8x}{\sin 16x}$.

9. $y=\mathrm{ctg}(\cos 2)+\dfrac{1}{6}\dfrac{\sin^2 6x}{\cos 12x}$.

10. $y=\sqrt[3]{\operatorname{ctg}2}-\frac{1}{20}\frac{\cos^2 10x}{\sin 20x}.$

11. $y=\frac{1}{3}\cos\left(\operatorname{tg}\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{10}\frac{\sin^2 10x}{\cos 20x}.$

12. $y=\ln\sin\frac{1}{2}-\frac{1}{24}\frac{\cos^2 12x}{\sin 24x}.$

13. $y=8\sin(\operatorname{ctg}3)+\frac{1}{5}\frac{\sin^2 5x}{\cos 10x}.$

14. $y=\frac{\cos(\operatorname{ctg}3)\cdot\cos^2 14x}{28\sin 28x}.$

15. $y=\frac{\cos\left(\operatorname{tg}\frac{1}{3}\right)\cdot\sin^2 15x}{15\cos 30x}.$

16. $y=\frac{\sin\left(\operatorname{tg}\frac{1}{7}\right)\cdot\cos^2 16x}{32\sin 32x}.$

17. $y=\frac{\operatorname{ctg}\left(\sin\frac{1}{3}\right)\cdot\sin^2 17x}{17\cos 34x}.$

18. $y=\frac{\sqrt[5]{\operatorname{ctg}2}\cdot\cos^2 18x}{36\sin 36x}.$

19. $y=\frac{\operatorname{tg}(\ln 2)\cdot\sin^2 19x}{19\cos 38x}.$

20. $y=\operatorname{ctg}(\cos 5)-\frac{1}{40}\frac{\cos^2 20x}{\sin 40x}.$

21. $y=\sqrt{\operatorname{tg}4}+\frac{\sin^2 21x}{21\cos 42x}.$

22. $y=\cos(\ln 13)-\frac{1}{44}\frac{\cos^2 22x}{\sin 44x}.$

23. $y = \ln\cos\frac{1}{3} + \frac{\sin^2 23x}{23\cos 46x}.$

24. $y = \operatorname{ctg}\left(\sin\frac{1}{13}\right) - \frac{1}{48}\frac{\cos^2 24x}{\sin 48x}.$

25. $y = \sin\ln 2 + \frac{\sin^2 25x}{25\cos 50x}.$

26. $y = \sqrt[3]{\cos\sqrt{2}} - \frac{1}{52}\frac{\cos^2 26x}{\sin 52x}.$

27. $y = \sqrt[7]{\operatorname{tg}(\cos 2)} + \frac{\sin^2 27x}{27\cos 54x}.$

28. $y = \sin\sqrt[3]{\operatorname{tg} 2} - \frac{\cos^2 28x}{56\sin 56x}.$

29. $y = \cos^2\sin 3 + \frac{\sin^2 29x}{29\cos 58x}.$

30. $y = \sin^3\cos 2 - \frac{\cos^2 30x}{60\sin 60x}.$

Задание 8

Найти производную.

1. $y = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}}.$

2. $y = \arcsin\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{5x}}.$

3. $y = \frac{2x-1}{4}\sqrt{2 + x - x^2} + \frac{9}{8}\arcsin\frac{2x-1}{3}.$

4. $y = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}.$

5. $y=\arccos\dfrac{x^2-4}{\sqrt{x^4+16}}.$

6. $y=\sqrt{\dfrac{2}{3}}\operatorname{arctg}\dfrac{3x-1}{\sqrt{6x}}.$

7. $y=\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}x.$

8. $y=\dfrac{1}{2}(x-4)\sqrt{8x-x^2-7}-9\arccos\sqrt{\dfrac{x-1}{6}}.$

9. $y=\dfrac{(1+x)\operatorname{arctg}\sqrt{x}}{x^2}+\dfrac{1}{3x\sqrt{x}}.$

10. $y=\dfrac{x^3}{3}\arccos x-\dfrac{2+x^2}{9}\sqrt{1-x^2}.$

11. $y=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1+x}{2x}\operatorname{arctg}\sqrt{x}.$

12. $y=\dfrac{3+x}{2}\sqrt{x(2-x)}+3\arccos\sqrt{\dfrac{x}{2}}.$

13. $y=\dfrac{4+x^4}{x^3}\operatorname{arctg}\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{4}{x}.$

14. $y=\arcsin\sqrt{\dfrac{x}{x+1}}+\operatorname{arctg}\sqrt{x}.$

15. $y=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-1}-\dfrac{\arccos x}{2x^2}.$

16. $y=6\arcsin\dfrac{\sqrt{x}}{2}-\dfrac{6+x}{2}\sqrt{x(4-x)}.$

17. $y=\dfrac{x-3}{2}\sqrt{6x-x^2-8}+\arcsin\sqrt{\dfrac{x}{2}-1}.$

18. $y=\dfrac{(1+x)\operatorname{arctg}\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x}.$

19. $y=\dfrac{2\sqrt{1-x}\arcsin\sqrt{x}}{x}+\dfrac{2}{\sqrt{x}}.$

20. $y=\dfrac{2x-5}{4}\sqrt{5x-4-x^2}+\dfrac{9}{4}\arcsin\sqrt{\dfrac{x-1}{3}}.$

21. $y=\operatorname{arctg}x+\dfrac{5}{6}\ln\dfrac{x^2+1}{x^2+4}.$

22. $y=\arcsin\dfrac{x-2}{(x-1)\sqrt{2}}.$

23. $y=\sqrt{1-x^2}-x\arcsin\sqrt{1-x^2}.$

24. $y=\sqrt{x}+\dfrac{1}{3}\operatorname{arctg}\sqrt{x}+\dfrac{8}{3}\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{x}}{2}.$

25. $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}}.$

26. $y=\left(2x^2+6x+5\right)\operatorname{arctg}\dfrac{x+1}{x+2}-x.$

27. $y=\dfrac{x}{2\sqrt{1-4x^2}}\arcsin 2x+\dfrac{1}{8}\ln\left(1-4x^2\right).$

28. $y=\left(2x^2-x+\dfrac{1}{2}\right)\operatorname{arctg}\dfrac{x^2-1}{x\sqrt{3}}-\dfrac{x^3}{2\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x.$

29. $y=\left(x+2\sqrt{x}+2\right)\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\sqrt{x}.$

30. $y=\sqrt{1+2x-x^2}\arcsin\dfrac{x\sqrt{2}}{1+x}-\sqrt{2}\ln(1+x).$

Задание 9

Найти производную.

1. $y=\frac{1}{24}\left(x^2+8\right)\sqrt{x^2-4}+\frac{x^2}{16}\arcsin\frac{2}{x},\quad x>0.$

2. $y=\frac{4x+1}{16x^2+8x+3}+\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{4x+1}{\sqrt{2}}.$

3. $y=2x-\ln\left(1+\sqrt{1-\mathrm{e}^{4x}}\right)-\mathrm{e}^{-2x}\arcsin\left(\mathrm{e}^{2x}\right).$

4. $y=\sqrt{9x^2-12x+5}\operatorname{arctg}(3x-2)-\ln\left(3x-2+\sqrt{9x^2-12x+5}\right).$

5. $y=\frac{2}{x-1}\sqrt{2x-x^2}+\ln\frac{1+\sqrt{2x-x^2}}{x-1}.$

6. $y=\frac{x^2}{81}\arcsin\frac{3}{x}+\frac{1}{81}\left(x^2+18\right)\sqrt{x^2-9},\quad x>0.$

7. $y=\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{3x-1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3x-1}{3x^2-2x+1}.$

8. $y=3x-\ln\left(1+\sqrt{1-\mathrm{e}^{6x}}\right)-\mathrm{e}^{-3x}\arcsin\left(\mathrm{e}^{3x}\right).$

9. $y=\ln\left(4x-1+\sqrt{16x^2-8x+2}\right)-\sqrt{16x^2-8x+2}\operatorname{arctg}(4x-1).$

10. $y=\ln\frac{1+2\sqrt{-x-x^2}}{2x+1}+\frac{4}{2x+1}\sqrt{-x-x^2}.$

11.

$y=(2x+3)^4\cdot\arcsin\frac{1}{2x+3}+\frac{2}{3}\left(4x^2+12x+11\right)\sqrt{x^2+3x+2},\quad 2x+3>0.$

12. $y=\frac{x+2}{x^2+4x+6}+\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{x+2}{\sqrt{2}}.$

13. $y=5x-\ln\left(1+\sqrt{1-\mathrm{e}^{10x}}\right)-\mathrm{e}^{-5x}\arcsin\left(\mathrm{e}^{5x}\right).$

14. $y=\sqrt{x^2-8x+17}\,\mathrm{arctg}\left(x-4\right)-\ln\left(x-4+\sqrt{x^2-8x+17}\right).$

15. $y=\ln\dfrac{1+\sqrt{-3+4x-x^2}}{2-x}+\dfrac{2}{2-x}\sqrt{-3+4x-x^2}.$

16. $y=\left(3x^2-4x+2\right)\sqrt{9x^2-12x+3}+\left(3x-2\right)^4\arcsin\dfrac{1}{3x-2},\quad 3x-2>0.$

17. $y=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{arctg}\dfrac{x-1}{\sqrt{2}}+\dfrac{x-1}{x^2-2x+3}.$

18. $y=\ln\left(\mathrm{e}^{5x}+\sqrt{\mathrm{e}^{10x}-1}\right)+\arcsin\left(\mathrm{e}^{-5x}\right).$

19. $y=\ln\left(2x-3+\sqrt{4x^2-12x+10}\right)-\sqrt{4x^2-12x+10}\,\mathrm{arctg}\left(2x-3\right).$

20. $y=\ln\dfrac{1+\sqrt{-3-4x-x^2}}{-x-2}-\dfrac{2}{x+2}\sqrt{-3-4x-x^2}.$

21. $y=\dfrac{2}{3}\left(4x^2-4x+3\right)\sqrt{x^2-x}+\left(2x-1\right)^4\arcsin\dfrac{1}{2x-1},\quad 2x-1>0.$

22. $y=\dfrac{2x-1}{4x^2-4x+3}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{arctg}\dfrac{2x-1}{\sqrt{2}}.$

23. $y=\arcsin\left(\mathrm{e}^{-4x}\right)+\ln\left(\mathrm{e}^{4x}+\sqrt{\mathrm{e}^{8x}-1}\right).$

24. $y=\ln\left(5x+\sqrt{25x^2+1}\right)-\sqrt{25x^2+1}\,\mathrm{arctg}\,5x.$

25. $y=\dfrac{2}{3x-2}\sqrt{-3+12x-9x^2}+\ln\dfrac{1+\sqrt{-3+12x-9x^2}}{3x-2}.$

26. $y=\left(3x+1\right)^4\arcsin\dfrac{1}{3x+1}+\left(3x^2+2x+1\right)\sqrt{9x^2+6x},\quad 3x+1>0.$

27. $y=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{arctg}\dfrac{2x+1}{\sqrt{2}}+\dfrac{2x+1}{4x^2+4x+3}.$

28. $y=\ln\left(e^{3x}+\sqrt{e^{6x}-1}\right)+\arcsin\left(e^{-3x}\right).$

29. $y=\sqrt{49x^2+1}\,\mathrm{arctg}\,7x-\ln\left(7x+\sqrt{49x^2+1}\right).$

30. $y=\frac{1}{x}\sqrt{1-4x^2}+\ln\frac{1+\sqrt{1+4x^2}}{2x}.$

31. $y=\arcsin\left(e^{-2x}\right)+\ln\left(e^{2x}+\sqrt{e^{4x}-1}\right).$

Задание 10

Найти производную y'_x.

1. $\begin{cases} x=\frac{3t^2+1}{3t^3}, \\ y=\sin\left(\frac{t^3}{3}+t\right). \end{cases}$

2. $\begin{cases} x=\sqrt{1-t^2}, \\ y=\mathrm{tg}\sqrt{1+t}. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x=\sqrt{2t-t^2}, \\ y=\frac{1}{\sqrt[3]{(1-t)^2}}. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x=\arcsin(\sin t), \\ y=\arccos(\cos t). \end{cases}$

5. $\begin{cases} x=\ln\left(t+\sqrt{t^2+1}\right), \\ y=t\sqrt{t^2+1}. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x=\sqrt{2t-t^2}, \\ y=\arcsin(t-1). \end{cases}$

7. $\begin{cases} x=\mathrm{ctg}\left(2e^t\right), \\ y=\ln\left(\mathrm{tg}e^t\right). \end{cases}$

8. $\begin{cases} x=\ln(\mathrm{ctg}\,t), \\ y=\frac{1}{\cos^2 t}. \end{cases}$

9. $\begin{cases} x=\mathrm{arctg}e^{t/2}, \\ y=\sqrt{e^t+1}. \end{cases}$

10. $\begin{cases} x=\ln\sqrt{\frac{1-t}{1+t}}, \\ y=\sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

10. $\begin{cases} x = \ln \dfrac{1}{\sqrt{1-t^4}}, \\ y = \arcsin \dfrac{1-t^2}{1+t^2}. \end{cases}$

12. $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$

15.13. $\begin{cases} x = \arcsin\left(\sqrt{1-t^2}\right), \\ y = (\arccos t)^2. \end{cases}$

14. $\begin{cases} x = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}, \\ y = \ln \dfrac{1+\sqrt{1-t^2}}{t}. \end{cases}$

15.15. $\begin{cases} x = \left(1+\cos^2 t\right)^2, \\ y = \dfrac{\cos t}{\sin^2 t}. \end{cases}$

16. $\begin{cases} x = \ln \dfrac{1-t}{1+t}, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

15.17. $\begin{cases} x = \arccos \dfrac{1}{t}, \\ y = \sqrt{t^2-1} + \arcsin \dfrac{1}{t}. \end{cases}$

18. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{\ln t}, \\ y = \ln \dfrac{1+\sqrt{1-t^2}}{t}. \end{cases}$

19. $\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{t}, \\ y = \sqrt{1+\sqrt{t}}. \end{cases}$

20. $\begin{cases} x = (\arcsin t)^2, \\ y = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$

21. $\begin{cases} x = t\sqrt{t^2+1}, \\ y = \ln \dfrac{1+\sqrt{1+t^2}}{t}. \end{cases}$

22. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = \ln \dfrac{\sqrt{1+t^2}}{t+1}. \end{cases}$

23. $\begin{cases} x = \ln\left(1-t^2\right), \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

24. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} \dfrac{t+1}{t-1}, \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

25. $\begin{cases} x = \ln\sqrt{\dfrac{1-\sin t}{1+\sin t}}, \\ y = \dfrac{1}{2}\operatorname{tg}^2 t + \ln\cos t. \end{cases}$

26. $\begin{cases} x = \sqrt{t-t^2} - \operatorname{arctg}\sqrt{\dfrac{1-t}{t}}, \\ y = \sqrt{t} - \sqrt{1-t}\arcsin\sqrt{t}. \end{cases}$

27. $\begin{cases} x = \ln\operatorname{tg} t, \\ y = \dfrac{1}{\sin^2 t}. \end{cases}$

28. $\begin{cases} x = \dfrac{t^2\ln t}{1-t^2} + \ln\sqrt{1-t^2}, \\ y = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}\arcsin t + \ln\sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

29. $\begin{cases} x = \mathrm{e}^{\sec^2 t}, \\ y = \operatorname{tg} t \cdot \ln\cos t + \operatorname{tg} t - t. \end{cases}$

30. $\begin{cases} x = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}\arcsin t + \ln\sqrt{1-t^2}, \\ y = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$

Задание 11

Найти производную указанного порядка.

1. $y = \left(2x^2 - 7\right)\ln\left(x-1\right), \quad y^{V} = ?$

2. $y = \left(3 - x^2\right)\ln^2 x, \quad y^{III} = ?$

3. $y = x\cos x^2, \quad y^{III} = ?$

4. $y = \dfrac{\ln\left(x-1\right)}{\sqrt{x-1}}, \quad y^{III} = ?$

5. $y = \dfrac{\log_2 x}{x^3}, \quad y^{III} = ?$

6. $y=\left(4x^3+5\right)e^{2x+1}, \quad y^{V}=?$

7. $y=x^2\sin(5x-3), \quad y^{III}=?$

8. $y=\dfrac{\ln x}{x^2}, \quad y^{IV}=?$

9. $y=(2x+3)\ln^2 x, \quad y^{III}=?$

10. $y=\left(1+x^2\right)\operatorname{arctg} x, \quad y^{III}=?$

11. $y=\dfrac{\ln x}{x^3}, \quad y^{IV}=?$

12. $y=(4x+3)\cdot 2^{-x}, \quad y^{V}=?$

13. $y=e^{1-2x}\cdot\sin(2+3x), \quad y^{IV}=?$

14. $y=\dfrac{\ln(3+x)}{3+x}, \quad y^{III}=?$

15. $y=\left(2x^3+1\right)\cos x, \quad y^{V}=?$

16. $y=\left(x^2+3\right)\ln(x-3), \quad y^{IV}=?$

17. $y=\left(1-x-x^2\right)e^{(x-1)/2}, \quad y^{IV}=?$

18. $y=\dfrac{1}{x}\sin 2x, \quad y^{III}=?$

19. $y=(x+7)\ln(x+4), \quad y^{V}=?$

20. $y=(3x-7)\cdot 3^{-x}, \quad y^{IV}=?$

21. $y=\dfrac{\ln(2x+5)}{2x+5}, \quad y^{III}=?$

22. $y=e^{x/2}\cdot\sin 2x, \quad y^{IV}=?$

23. $y=\dfrac{\ln x}{x^5}, \quad y^{III}=?$

24. $y = x\ln(1-3x), \quad y^{IV} = ?$

25. $y = \left(x^2 + 3x + 1\right)e^{3x+2}, \quad y^{V} = ?$

26. $y = (5x-8)\cdot 2^{-x}, \quad y^{IV} = ?$

27. $y = \dfrac{\ln(x-2)}{x-2}, \quad y^{V} = ?$

28. $y = e^{-x}\cdot(\cos 2x - 3\sin 2x), \quad y^{IV} = ?$

29. $y = (5x-1)\ln^2 x, \quad y^{III} = ?$

30. $y = \dfrac{\log_3 x}{x^2}, \quad y^{IV} = ?$

Задание 12

Построить графики функций с помощью производной первого порядка.

1.1. $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9.$

1.2. $y = 3x - x^3.$

1.3. $y = x^2(x-2)^2.$

1.4. $y = \left(x^3 - 9x^2\right)/4 + 6x - 9.$

1.5. $y = 2 - 3x^2 - x^3.$

1.6. $y = (x+1)^2(x-1)^2.$

1.7. $y = 2x^3 - 3x^2 - 4.$

1.8. $y = 3x^2 - 2 - x^3.$

1.9. $y = (x-1)^2(x-3)^2.$

1.10. $y = \left(x^3 + 3x^2\right)/4 - 5.$

1.11. $y = 6x - 8x^3.$

1.12. $y = 16x^2(x-1)^2.$

1.13. $y = 2x^3 + 3x^2 - 5.$

1.14. $y = 2 - 12x^2 - 8x^3.$

1.15. $y = (2x+1)^2(2x-1)^2.$

1.16. $y = 2x^3 + 9x^2 + 12x.$

1.17. $y = 12x^2 - 8x^3 - 2.$

1.18. $y = (2x-1)^2(2x-3)^2.$

1.19. $y = 27\left(x^3 - x^2\right)/4 - 4.$

1.20. $y = x\left(12 - x^2\right)/8.$

1.21. $y = x^2(x-4)^2/16.$

1.22. $y = 27\left(x^3 + x^2\right)/4 - 5.$

1.23. $y=\left(16-6x^2-x^3\right)\big/8.$

1.24. $y=-\left(x^2-4\right)^2\big/16.$

1.25. $y=16x^3-36x^2+24x-9.$

1.26. $y=\left(6x^2-x^3-16\right)\big/8.$

1.27. $y=-(x-2)^2(x-6)^2\big/16.$

1.28. $y=16x^3-12x^2-4.$

1.29. $y=\left(11+9x-3x^2-x^3\right)\big/8.$

1.30. $y=-(x+1)^2(x-3)^2\big/16.$

Задание 13

Найти наибольшее и наименьшее значение функций на заданных отрезках.

3.1. $y=x^2+\dfrac{16}{x}-16, \quad [1,\ 4].$

3.2. $y=4-x-\dfrac{4}{x^2}, \quad [1,\ 4].$

3.3. $y=\sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)}-1, \quad [0,\ 6].$

3.4. $y=\dfrac{2\left(x^2+3\right)}{x^2-2x+5}, \quad [-3,\ 3].$

3.5. $y=2\sqrt{x}-x, \quad [0,\ 4].$

3.6. $y=1+\sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}, \quad [-1,\ 5].$

3.7. $y=x-4\sqrt{x}+5, \quad [1,\ 9].$

3.8. $y=\dfrac{10x}{1+x^2}, \quad [0,\ 3].$

3.9. $y=\sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)}-2, \quad [-3,\ 3].$

3.10. $y=2x^2+\dfrac{108}{x}-59, \quad [2,\ 4].$

3.11. $y=3-x-\dfrac{4}{(x+2)^2}, \quad [-1,\ 2].$

3.12. $y=\sqrt[3]{2x^2(x-3)}, \quad [-1,\ 6].$

3.13. $y=\dfrac{2\left(-x^2+7x-7\right)}{x^2-2x+2}, \quad [1,\ 4].$

3.14. $y=x-4\sqrt{x+2}+8, \quad [-1,\ 7].$

3.15. $y=\sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}, \quad [1,\ 5].$

3.16. $y=\dfrac{4x}{4+x^2}, \quad [-4,\ 2].$

3.17. $y=-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{8}{x}+8, \quad [-4,\ -1].$

3.18. $y=\sqrt[3]{2x^2(x-6)}, \quad [-2,\ 4].$

3.19. $y=\dfrac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5}, \quad [1,\ 4].$

3.20. $y=-\dfrac{2\left(x^2+3\right)}{x^2+2x+5}, \quad [-5,\ 1].$

3.21. $y=\sqrt[3]{2(x-1)^2(x-4)}, \quad [0,\ 4].$

3.22. $y=x^2-2x+\dfrac{16}{x-1}-13, \quad [2,\ 5].$

3.23. $y=2\sqrt{x-1}-x+2, \quad [1,\ 5].$

3.24. $y=\sqrt[3]{2(x+2)^2(1-x)}, \quad [-3,\ 4].$

3.25. $y=-\dfrac{x^2}{2}+2x+\dfrac{8}{x-2}+5, \quad [-2,\ 1].$

3.26. $y=8x+\dfrac{4}{x^2}-15, \quad \left[\dfrac{1}{2},\ 2\right].$

3.27. $y=\sqrt[3]{2(x+2)^2(x-4)}+3, \quad [-4,\ 2].$

3.28. $y = x^2 + 4x + \dfrac{16}{x+2} - 9, \quad [-1,\ 2].$

3.29. $y = \dfrac{4}{x^2} - 8x - 15, \quad \left[-2,\ -\dfrac{1}{2}\right].$

3.30. $y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)}, \quad [-2,\ 5].$

Задание 14

Найти асимптоты и построить графики функций.

6.1. $y = \left(17 - x^2\right) \big/ (4x - 5).$

6.2. $y = \left(x^2 + 1\right) \big/ \sqrt{4x^2 - 3}.$

6.3. $y = \left(x^3 - 4x\right) \big/ \left(3x^2 - 4\right).$

6.4. $y = \left(4x^2 + 9\right) \big/ (4x + 8).$

6.5. $y = \left(4x^3 + 3x^2 - 8x - 2\right) \big/ \left(2 - 3x^2\right).$

6.6. $y = \left(x^2 - 3\right) \big/ \sqrt{3x^2 - 2}.$

6.7. $y = \left(2x^2 - 6\right) \big/ (x - 2).$

6.8. $y = \left(2x^3 + 2x^2 - 3x - 1\right) \big/ \left(2 - 4x^2\right).$

6.9. $y = \left(x^3 - 5x\right) \big/ \left(5 - 3x^2\right).$

6.10. $y = \left(2x^2 - 6x + 4\right) \big/ (3x - 2).$

6.11. $y = \left(2 - x^2\right) \big/ \sqrt{9x^2 - 4}.$

6.12. $y = \left(4x^3 - 3x\right) \big/ \left(4x^2 - 1\right).$

6.13. $y = \left(3x^2 - 7\right) \big/ (2x + 1).$

6.14. $y = \left(x^2 + 16\right) \big/ \sqrt{9x^2 - 8}.$

6.15. $y=\left(x^3+3x^2-2x-2\right)\Big/\left(2-3x^2\right)$.

6.16. $y=\left(21-x^2\right)\Big/\left(7x+9\right)$.

6.17. $y=\left(2x^2-1\right)\Big/\sqrt{x^2-2}$.

6.18. $y=\left(2x^3-3x^2-2x+1\right)\Big/\left(1-3x^2\right)$.

6.19. $y=\left(x^2-11\right)\Big/\left(4x-3\right)$.

6.20. $y=\left(2x^2-9\right)\Big/\sqrt{x^2-1}$.

6.21. $y=\left(x^3-2x^2-3x+2\right)\Big/\left(1-x^2\right)$.

6.22. $y=\left(x^2+2x-1\right)\Big/\left(2x+1\right)$.

6.23. $y=\left(x^3+x^2-3x-1\right)\Big/\left(2x^2-2\right)$.

6.24. $y=\left(x^2+6x+9\right)\Big/\left(x+4\right)$.

6.25. $y=\left(3x^2-10\right)\Big/\sqrt{4x^2-1}$.

6.26. $y=\left(x^2-2x+2\right)\Big/\left(x+3\right)$.

6.27. $y=\left(2x^3+2x^2-9x-3\right)\Big/\left(2x^2-3\right)$.

6.28. $y=\left(3x^2-10\right)\Big/\left(3-2x\right)$.

6.29. $y=\left(-x^2-4x+13\right)\Big/\left(4x+3\right)$.

6.30. $y=\left(-8-x^2\right)\Big/\sqrt{x^2-4}$.

Задание 15

Провести полное исследование функций и построить их графики.

7.1. $y=\left(x^3+4\right)\Big/x^2$.

7.2. $y=\left(x^2-x+1\right)\Big/\left(x-1\right)$.

7.3. $y=2\Big/\left(x^2+2x\right)$.

7.4. $y=4x^2\Big/\left(3+x^2\right)$.

7.5. $y = 12x/(9+x^2)$.

7.6. $y = (x^2-3x+3)/(x-1)$.

7.7. $y = (4-x^3)/x^2$.

7.8. $y = (x^2-4x+1)/(x-4)$.

7.9. $y = (2x^3+1)/x^2$.

7.10. $y = (x-1)^2/x^2$.

7.11. $y = x^2/(x-1)^2$.

7.12. $y = (1+1/x)^2$.

7.13. $y = (12-3x^2)/(x^2+12)$.

7.14. $y = (9+6x-3x^2)/(x^2-2x+13)$.

7.15. $y = -8x/(x^2+4)$.

7.16. $y = ((x-1)/(x+1))^2$.

7.17. $y = (3x^4+1)/x^3$.

7.18. $y = 4x/(x+1)^2$.

7.19. $y = 8(x-1)/(x+1)^2$.

7.20. $y = (1-2x^3)/x^2$.

7.21. $y = 4/(x^2+2x-3)$.

7.22. $y = 4/(3+2x-x^2)$.

7.23. $y = (x^2+2x-7)/(x^2+2x-3)$.

7.24. $y = 1/(x^4-1)$.

7.25. $y = -(x/(x+2))^2$.

7.26. $y = (x^3-32)/x^2$.

7.27. $y = 4(x+1)^2/(x^2+2x+4)$.

7.28. $y = (3x-2)/x^3$.

7.29. $y = (x^2-6x+9)/(x-1)^2$.

7.30. $y = (x^3-27x+54)/x^3$.

Задание 16

Провести полное исследование функций и построить их графики.

8.1. $y = (2x+3)\mathrm{e}^{-2(x+1)}$.

8.2. $y = \dfrac{\mathrm{e}^{2(x+1)}}{2(x+1)}$.

8.3. $y = 3\ln\dfrac{x}{x-3} - 1$.

8.4. $y = (3-x)\mathrm{e}^{x-2}$.

8.5. $y=\dfrac{e^{2-x}}{2-x}$.

8.6. $y=\ln\dfrac{x}{x+2}+1$.

8.7. $y=(x-2)e^{3-x}$.

8.8. $y=\dfrac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$.

8.9. $y=3-3\ln\dfrac{x}{x+4}$.

8.10. $y=-(2x+1)e^{2(x+1)}$.

8.11. $y=\dfrac{e^{2(x+2)}}{2(x+2)}$.

8.12. $y=\ln\dfrac{x}{x-2}-2$.

8.13. $y=(2x+5)e^{-2(x+2)}$.

8.14. $y=\dfrac{e^{3-x}}{3-x}$.

8.15. $y=2\ln\dfrac{x}{x+1}-1$.

8.16. $y=(4-x)e^{x-3}$.

8.17. $y=-\dfrac{e^{-2(x+2)}}{2(x+2)}$.

8.18. $y=2\ln\dfrac{x+3}{x}-3$.

8.19. $y=(2x-1)e^{2(1-x)}$.

8.20. $y=-\dfrac{e^{-(x+2)}}{x+2}$.

8.21. $y=2\ln\dfrac{x}{x-4}-3$.

8.22. $y=-(x+1)e^{x+2}$.

8.23. $y=\dfrac{e^{x+3}}{x+3}$.

8.24. $y=\ln\dfrac{x}{x+5}-1$.

8.25. $y=-(2x+3)e^{2(x+2)}$.

8.26. $y=-\dfrac{e^{-2(x-1)}}{2(x-1)}$.

8.27. $y=\ln\dfrac{x-5}{x}+2$.

8.28. $y=(x+4)e^{-(x+3)}$.

8.29. $y=\dfrac{e^{x-3}}{x-3}$.

8.30. $y=\ln\dfrac{x+6}{x}-1$.

ЧАСТЬ 2. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ И ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Задание 1

Вычислить неопределенные интегралы.

1.1. $\int(4-3x)e^{-3x}dx.$

1.2. $\int \operatorname{arctg}\sqrt{4x-1}dx.$

1.3. $\int(3x+4)e^{3x}dx.$

1.4. $\int(4x-2)\cos 2xdx.$

1.5. $\int(4-16x)\sin 4xdx.$

1.6. $\int(5x-2)e^{3x}dx.$

1.7. $\int(1-6x)e^{2x}dx.$

1.8. $\int \ln\left(x^2+4\right)dx.$

1.9. $\int \ln\left(4x^2+1\right)dx.$

1.10. $\int(2-4x)\sin 2xdx.$

1.11. $\int \operatorname{arctg}\sqrt{6x-1}dx.$

1.12. $\int e^{-2x}(4x-3)dx.$

1.13. $\int e^{-3x}(2-9x)dx.$

1.14. $\int \operatorname{arctg}\sqrt{2x-1}dx.$

1.15. $\int \operatorname{arctg}\sqrt{3x-1}dx.$

1.16. $\int \operatorname{arctg}\sqrt{5x-1}dx.$

1.17. $\int(5x+6)\cos 2xdx.$

1.18. $\int(3x-2)\cos 5xdx.$

1.19. $\int\left(x\sqrt{2}-3\right)\cos 2xdx.$

1.20. $\int(4x+7)\cos 3xdx.$

1.21. $\int(2x-5)\cos 4xdx.$

1.22. $\int(8-3x)\cos 5xdx.$

1.23. $\int(x+5)\sin 3xdx.$

1.24. $\int(2-3x)\sin 2xdx.$

1.25. $\int(4x+3)\sin 5xdx.$

1.26. $\int(7x-10)\sin 4xdx.$

1.27. $\int\left(\sqrt{2}-8x\right)\sin 3xdx.$

1.28. $\int\frac{xdx}{\cos^2 x}.$

1.29. $\int\frac{xdx}{\sin^2 x}.$

1.30. $\int x\sin^2 xdx.$

Задание 2

Вычислить определенные интегралы.

2.1. $\int_{-2}^{0}(x^2+5x+6)\cos 2x dx.$

2.2. $\int_{-2}^{0}\left(x^2-4\right)\cos 3x dx.$

2.3. $\int_{-1}^{0}\left(x^2+4x+3\right)\cos x dx.$

2.4. $\int_{-2}^{0}\left(x+2\right)^2\cos 3x dx.$

2.5. $\int_{-4}^{0}\left(x^2+7x+12\right)\cos x dx.$

2.6. $\int_{0}^{\pi}\left(2x^2+4x+7\right)\cos 2x dx.$

2.7. $\int_{0}^{\pi}\left(9x^2+9x+11\right)\cos 3x dx.$

2.8. $\int_{0}^{\pi}\left(8x^2+16x+17\right)\cos 4x dx.$

2.9. $\int_{0}^{2\pi}\left(3x^2+5\right)\cos 2x dx.$

2.10. $\int_{0}^{2\pi}\left(2x^2-15\right)\cos 3x dx.$

2.11. $\int_{0}^{2\pi}\left(3-7x^2\right)\cos 2x dx.$

2.12. $\int_{0}^{2\pi}\left(1-8x^2\right)\cos 4x dx.$

2.13. $\int_{-1}^{0}\left(x^2+2x+1\right)\sin 3x dx.$

2.14. $\int_{0}^{3}\left(x^2-3x\right)\sin 2x dx.$

2.15. $\int_{0}^{\pi}\left(x^2-3x+2\right)\sin x dx.$

2.16. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\left(x^2-5x+6\right)\sin 3x dx.$

2.17. $\int_{-3}^{0}\left(x^2+6x+9\right)\sin 2x dx.$

2.18. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\left(x^2+17{,}5\right)\sin 2x dx.$

2.19. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\left(1-5x^2\right)\sin x dx.$

2.20. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{3}\left(3x-x^2\right)\sin 2x dx.$

2.21. $\int_{1}^{2} x\ln^2 x dx.$

2.22. $\int_{1}^{e^2}\frac{\ln^2 x dx}{\sqrt{x}}.$

2.23. $\int_{1}^{8} \frac{\ln^2 x dx}{\sqrt[3]{x^2}}.$

2.24. $\int_{0}^{1} (x+1)\ln^2(x+1)dx.$

2.25. $\int_{2}^{3} (x-1)^3 \ln^2(x-1)dx.$

2.26. $\int_{-1}^{0} (x+2)^3 \ln^2(x+2)dx.$

2.27. $\int_{0}^{2} (x+1)^2 \ln^2(x+1)dx.$

2.28. $\int_{1}^{e} \sqrt{x}\ln^2 x dx.$

2.29. $\int_{-1}^{1} x^2 \mathrm{e}^{-\frac{x}{2}} dx.$

2.30. $\int_{0}^{1} x^2 \mathrm{e}^{3x} dx.$

Задание 3

Найти неопределенные интегралы.

3.1. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}.$

3.2. $\int \frac{1+\ln x}{x} dx.$

3.3. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}.$

3.4. $\int \frac{x^2+\ln x^2}{x} dx.$

3.5. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4+x^2+1}}.$

3.6. $\int \frac{(\arccos x)^3-1}{\sqrt{1-x^2}}dx.$

3.7. $\int \operatorname{tg} x \ln\cos x dx.$

3.8. $\int \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)}dx.$

3.9. $\int \frac{x^3}{(x^2+1)^2}dx.$

3.10. $\int \frac{1-\cos x}{(x-\sin x)^2}dx.$

3.11. $\int \frac{\sin x-\cos x}{(\cos x+\sin x)^5}dx.$

3.12. $\int \frac{x\cos x+\sin x}{(x\sin x)^2}dx.$

3.13. $\int \frac{x^3+x}{x^4+1}dx.$

3.14. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4-x^2-1}}.$

3.15. $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{x-1}}.$

3.16. $\int \frac{1+\ln(x-1)}{x-1}dx.$

3.17. $\int \frac{\left(x^2+1\right)dx}{(x^3+3x+1)^5}.$

3.18. $\int \frac{4\operatorname{arctg} x - x}{1+x^2}dx.$

3.19. $\int \frac{x^3}{x^2+4}dx.$

3.20. $\int \frac{x+\cos x}{x^2+2\sin x}dx.$

3.21. $\int \frac{2\cos x+3\sin x}{(2\sin x-3\cos x)^3}dx.$

3.22. $\int \frac{8x-\operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2}dx.$

3.23. $\int \frac{1/\left(2\sqrt{x}\right)+1}{\left(\sqrt{x}+x\right)^2}dx.$

3.24. $\int \frac{x}{x^4+1}dx.$

3.25. $\int \frac{x+1/x}{\sqrt{x^2+1}}dx.$

3.26. $\int \frac{x-1/x}{\sqrt{x^2+1}}dx.$

3.27. $\int \frac{\operatorname{arctg} x+x}{1+x^2}dx.$

3.28. $\int \frac{x-\left(\operatorname{arctg} x\right)^4}{1+x^2}dx.$

3.29. $\int \frac{x^3}{x^2+1}dx.$

3.30. $\int \frac{\left(\arcsin x\right)^2+1}{\sqrt{1-x^2}}dx.$

Задание 4

Вычислить определенные интегралы.

4.1. $\int\limits_{e+1}^{e^2+1} \frac{1+\ln\left(x-1\right)}{x-1}dx.$

4.2. $\int\limits_0^1 \frac{\left(x^2+1\right)dx}{\left(x^3+3x+1\right)^2}.$

4.3. $\int\limits_0^1 \frac{4\operatorname{arctg} x-x}{1+x^2}dx.$

4.4. $\int\limits_0^2 \frac{x^3dx}{x^2+4}.$

4.5. $\int\limits_{\pi}^{2\pi} \frac{x+\cos x}{x^2+2\sin x}dx.$

4.6. $\int\limits_0^{\pi/4} \frac{2\cos x+3\sin x}{\left(2\sin x-3\cos x\right)^3}dx.$

4.7. $\displaystyle\int_0^{1/2} \frac{8x - \operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2}dx.$

4.8. $\displaystyle\int_1^{4} \frac{1/\left(2\sqrt{x}\right)+1}{\left(\sqrt{x}+x\right)^2}dx.$

4.9. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{xdx}{x^4+1}.$

4.10. $\displaystyle\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x+1/x}{\sqrt{x^2+1}}dx.$

4.11. $\displaystyle\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x-1/x}{\sqrt{x^2+1}}dx.$

4.12. $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2}dx.$

4.13. $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x-(\operatorname{arctg} x)^4}{1+x^2}dx.$

4.14. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{x^3}{x^2+1}dx.$

4.15. $\displaystyle\int_0^{\sin 1} \frac{(\arcsin x)^2+1}{\sqrt{1-x^2}}dx.$

4.16. $\displaystyle\int_1^{3} \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)}dx.$

4.17. $\displaystyle\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}.$

4.18. $\displaystyle\int_1^{e} \frac{1+\ln x}{x}dx.$

4.19. $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{2} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}.$

4.20. $\displaystyle\int_1^{e} \frac{x^2+\ln x^2}{x}dx.$

4.21. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{xdx}{\sqrt{x^4+x^2+1}}.$

4.22. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{x^3dx}{\left(x^2+1\right)^2}.$

4.23. $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x \ln\cos x dx.$

4.24. $\displaystyle\int_{-1}^{0} \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)}dx.$

4.25. $\displaystyle\int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{(\arccos x)^3-1}{\sqrt{1-x^2}}dx.$

4.26. $\displaystyle\int_{\pi}^{2\pi} \frac{1-\cos x}{(x-\sin x)^2}dx.$

4.27. $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x-\cos x}{(\cos x+\sin x)^5}dx.$

4.28. $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{x\cos x+\sin x}{(x\sin x)^2}dx.$

4.29. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{x^3+x}{x^4+1}dx.$

4.30. $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{x^4-x^2-1}}.$

Задание 5

Найти неопределенные интегралы.

5.1. $\int \frac{x^3+1}{x^2-x}dx.$

5.2. $\int \frac{3x^3+1}{x^2-1}dx.$

5.3. $\int \frac{x^3-17}{x^2-4x+3}dx.$

5.4. $\int \frac{2x^3+5}{x^2-x-2}dx.$

5.5. $\int \frac{2x^3-1}{x^2+x-6}dx.$

5.6. $\int \frac{3x^3+25}{x^2+3x+2}dx.$

5.7. $\int \frac{x^3+2x^2+3}{(x-1)(x-2)(x-3)}dx.$

5.8. $\int \frac{3x^3+2x^2+1}{(x+2)(x-2)(x-1)}dx.$

5.9. $\int \frac{x^3}{(x-1)(x+1)(x+2)}dx.$

5.10. $\int \frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-3)(x-2)}dx.$

5.11. $\int \frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-3)x}dx.$

5.12. $\int \frac{4x^3+x^2+2}{x(x-1)(x-2)}dx.$

5.13. $\int \frac{3x^3-2}{x^3-x}dx.$

5.14. $\int \frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-2)x}dx.$

5.15. $\int \frac{x^5-x^3+1}{x^2-x}dx.$

5.16. $\int \frac{x^5+3x^3-1}{x^2+x}dx.$

5.17. $\int \frac{2x^5-8x^3+3}{x^2-2x}dx.$

5.18. $\int \frac{3x^5-12x^3-7}{x^2+2x}dx.$

5.19. $\int \frac{-x^5+9x^3+4}{x^2+3x}dx.$

5.20. $\int \frac{-x^5+25x^3+1}{x^2+5x}dx.$

5.21. $\int \frac{x^3-5x^2+5x+23}{(x-1)(x+1)(x-5)}dx.$

5.22. $\int \frac{x^5+2x^4-2x^3+5x^2-7x+9}{(x+3)(x-1)x}dx.$

5.23. $\int \frac{2x^4-5x^2-8x-8}{x(x-2)(x+2)}dx.$

5.24. $\int \frac{4x^4+2x^2-x-3}{x(x-1)(x+1)}dx.$

5.25. $\int \frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx.$

5.26. $\int \frac{2x^4+2x^3-41x^2+20}{x(x-4)(x+5)}dx.$

5.27. $\int \frac{x^5-x^4-6x^3+13x+6}{x(x-3)(x+2)}dx.$

5.28. $\int \frac{3x^3-x^2-12x-2}{x(x+1)(x-2)}dx.$

5.29. $\int \frac{2x^4+2x^3-3x^2+2x-9}{x(x-1)(x+3)}dx.$

5.30. $\int \frac{2x^3-x^2-7x-12}{x(x-3)(x+1)}dx.$

Задание 6

6.1. $\int \frac{x^3+6x^2+13x+9}{(x+1)(x+2)^3}dx.$

6.2. $\int \frac{x^3+6x^2+13x+8}{x(x+2)^3}dx.$

6.3. $\int \frac{x^3-6x^2+13x-6}{(x+2)(x-2)^3}dx.$

6.4. $\int \frac{x^3+6x^2+14x+10}{(x+1)(x+2)^3}dx.$

6.5. $\int \frac{x^3-6x^2+11x-10}{(x+2)(x-2)^3}dx.$

6.6. $\int \frac{x^3+6x^2+11x+7}{(x+1)(x+2)^3}dx.$

6.7. $\int \frac{2x^3+6x^2+7x+1}{(x-1)(x+1)^3}dx.$

6.8. $\int \frac{x^3+6x^2+10x+10}{(x-1)(x+2)^3}dx.$

6.9. $\int \frac{2x^3+6x^2+7x+2}{x(x+1)^3}dx.$

6.10. $\int \frac{x^3-6x^2+13x-8}{x(x-2)^3}dx.$

6.11. $\int \frac{x^3-6x^2+13x-7}{(x+1)(x-2)^3}dx.$

6.12. $\int \frac{x^3-6x^2+14x-6}{(x+1)(x-2)^3}dx.$

6.13. $\int \frac{x^3-6x^2+10x-10}{(x+1)(x-2)^3}dx.$

6.14. $\int \frac{x^3+x+2}{\left(x+2\right)x^3}dx.$

6.15. $\int \frac{3x^3+9x^2+10x+2}{(x-1)(x+1)^3}dx.$

6.16. $\int \frac{2x^3+x+1}{\left(x+1\right)x^3}dx.$

6.17. $\int \frac{2x^3+6x^2+7x+4}{(x+2)(x+1)^3}dx.$

6.18. $\int \frac{2x^3+6x^2+5x}{(x+2)(x+1)^3}dx.$

6.19. $\int \frac{2x^3+6x^2+7x}{(x-2)(x+1)^3}dx.$

6.20. $\int \frac{2x^3+6x^2+5x+4}{(x-2)(x+1)^3}dx.$

6.21. $\int \frac{x^3+6x^2+4x+24}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.22. $\int \frac{x^3+6x^2+14x+4}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.23. $\int \frac{x^3+6x^2+18x-4}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.24. $\int \frac{x^3+6x^2+10x+12}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.25. $\int \frac{x^3-6x^2+14x-4}{(x+2)(x-2)^3}dx.$

6.26. $\int \frac{x^3+6x^2+15x+2}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.27. $\int \frac{2x^3-6x^2+7x-4}{(x-2)(x-1)^3}dx.$

6.28. $\int \frac{2x^3-6x^2+7x}{(x+2)(x-1)^3}dx.$

6.29. $\int \frac{x^3+6x^2-10x+52}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.30. $\int \frac{x^3-6x^2+13x-6}{(x+2)(x-2)^3}dx.$

6.31. $\int \frac{x^3+6x^2+13x+6}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

Задание 7

Вычислить определенные интегралы.

8.1. $\int\limits_{\pi/2}^{2\,\mathrm{arctg}\,2} \frac{dx}{\sin^2 x(1-\cos x)}.$

8.2. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{2+\cos x}.$

8.3. $\int\limits_{\pi/2}^{2\,\mathrm{arctg}\,2} \frac{dx}{\sin^2 x(1+\cos x)}.$

8.4. $\int\limits_{2\,\mathrm{arctg}(1/2)}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{(1-\cos x)^3}.$

8.5. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\cos x-\sin x}{(1+\sin x)^2}dx.$

8.6. $\int\limits_{2\,\mathrm{arctg}\,2}^{2\,\mathrm{arctg}\,3} \frac{dx}{\cos x(1-\cos x)}.$

8.7. $\int\limits_{2\,\mathrm{arctg}(1/3)}^{2\,\mathrm{arctg}(1/2)} \frac{dx}{\sin x(1-\sin x)}.$

8.8. $\int\limits_{2\,\mathrm{arctg}(1/2)}^{\pi/2} \frac{dx}{(1+\sin x-\cos x)^2}.$

8.9. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{5+4\cos x}.$

8.10. $\int\limits_{0}^{2\pi/3} \frac{1+\sin x}{1+\cos x+\sin x} dx.$

8.11. $\int\limits_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1+\sin x-\cos x}.$

8.12. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{(1+\cos x) dx}{1+\sin x+\cos x}.$

8.13. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\sin dx}{1+\sin x+\cos x}.$

8.14. $\int\limits_{0}^{2\operatorname{arctg}(1/2)} \frac{1+\sin x}{(1-\sin x)^2} dx.$

8.15. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1+\sin x+\cos x}.$

8.16. $\int\limits_{0}^{2\operatorname{arctg}(1/3)} \frac{\cos x dx}{(1-\sin x)(1+\cos x)}.$

8.17. $\int\limits_{-2\pi/3}^{0} \frac{\cos x dx}{1+\cos x-\sin x}.$

8.18. $\int\limits_{-\pi/2}^{0} \frac{\cos x dx}{(1+\cos x-\sin x)^2}.$

8.19. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{(1+\cos x+\sin x)^2}.$

8.20. $\int\limits_{0}^{2\operatorname{arctg}(1/2)} \frac{(1-\sin x) dx}{\cos x(1+\cos x)}.$

8.21. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{(1+\sin x)^2}.$

8.22. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{(1+\cos x+\sin x)^2}.$

8.23. $\int\limits_{-\pi/2}^{0} \frac{\sin x dx}{(1+\cos x-\sin x)^2}.$

8.24. $\int\limits_{-2\pi/3}^{0} \frac{\cos^2 x dx}{(1+\cos x-\sin x)^2}.$

8.25. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\sin^2 x dx}{(1+\cos x+\sin x)^2}.$

8.26. $\int\limits_{0}^{2\pi/3} \frac{\cos^2 x dx}{(1+\cos x+\sin x)^2}.$

8.27. $\int\limits_{\pi/2}^{2\operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin x(1+\sin x)}.$

8.28. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{dx}{(1+\cos x+\sin x)^2}.$

8.29. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{2+\sin x}.$

8.30. $\int\limits_{0}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos x(1+\cos x)}.$

Задание 8

Вычислить определенные интегралы.

9.1. $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg}3}\frac{dx}{(3\operatorname{tg}x+5)\sin 2x}.$

9.2. $\displaystyle\int_{\arccos\left(4/\sqrt{17}\right)}^{\pi/4}\frac{2\operatorname{ctg}x+1}{(2\sin x+\cos x)^2}dx.$

9.3. $\displaystyle\int_{0}^{\arccos\left(1/\sqrt{17}\right)}\frac{3+2\operatorname{tg}x}{2\sin^2 x+3\cos^2 x-1}dx.$

9.4. $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg}3}\frac{4\operatorname{tg}x-5}{1-\sin 2x+4\cos^2 x}dx.$

9.5. $\displaystyle\int_{0}^{\operatorname{arctg}(1/3)}\frac{(8+\operatorname{tg}x)}{18\sin^2 x+2\cos^2 x}dx.$

9.6. $\displaystyle\int_{0}^{\arccos\sqrt{2/3}}\frac{\operatorname{tg}x+2}{\sin^2 x+2\cos^2 x-3}dx.$

9.7. $\displaystyle\int_{\arcsin\left(1/\sqrt{37}\right)}^{\pi/4}\frac{6\operatorname{tg}x\,dx}{3\sin 2x+5\cos^2 x}.$

9.8. $\displaystyle\int_{0}^{\pi/4}\frac{2\operatorname{tg}^2 x-11\operatorname{tg}x-22}{4-\operatorname{tg}x}dx.$

9.9. $\displaystyle\int_{-\operatorname{arctg}(1/3)}^{0}\frac{3\operatorname{tg}x+1}{2\sin 2x-5\cos 2x+1}dx.$

9.10. $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg}3}\frac{1+\operatorname{ctg}x}{(\sin x+2\cos x)^2}dx.$

9.11. $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\arccos\left(1/\sqrt{3}\right)}\frac{\operatorname{tg}x}{\sin^2 x-5\cos^2 x+4}dx.$

9.12. $\displaystyle\int_{0}^{\pi/4}\frac{6\sin^2 x}{3\cos 2x-4}dx.$

9.13. $\displaystyle\int_{0}^{\operatorname{arctg}3}\frac{4+\operatorname{tg}x}{2\sin^2 x+18\cos^2 x}dx.$

9.14. $\displaystyle\int_{0}^{\operatorname{arctg}2}\frac{12+\operatorname{tg}x}{3\sin^2 x+12\cos^2 x}dx.$

9.15. $\displaystyle\int_{0}^{\operatorname{arctg}(2/3)}\frac{6+\operatorname{tg}x}{9\sin^2 x+4\cos^2 x}dx.$

9.16. $\displaystyle\int_{0}^{\arcsin\sqrt{3/7}}\frac{\operatorname{tg}^2 x\,dx}{3\sin^2 x+4\cos^2 x-7}.$

9.17. $\displaystyle\int_{0}^{\pi/4}\frac{7+3\operatorname{tg}x}{(\sin x+2\cos x)^2}dx.$

9.18. $\displaystyle\int_{\arcsin\left(2/\sqrt{5}\right)}^{\arcsin\left(3/\sqrt{10}\right)}\frac{2\operatorname{tg}x+5}{(5-\operatorname{tg}x)\sin 2x}dx.$

9.19. $\displaystyle\int_{-\arccos\left(1/\sqrt{10}\right)}^{0}\frac{3\operatorname{tg}^2 x-50}{2\operatorname{tg}x+7}dx.$

9.20. $\displaystyle\int_{0}^{\pi/4}\frac{5\operatorname{tg}x+2}{2\sin 2x+5}dx.$

9.21. $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\arcsin\left(2/\sqrt{5}\right)} \frac{4\operatorname{tg} x-5}{4\cos^2 x-\sin 2x+1}dx.$

9.22. $\displaystyle\int_{0}^{\arcsin\sqrt{7/8}} \frac{6\sin^2 x}{4+3\cos 2x}dx.$

9.23. $\displaystyle\int_{-\arccos\left(1/\sqrt{5}\right)}^{0} \frac{11-3\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} x+3}dx.$

9.24. $\displaystyle\int_{0}^{\arcsin 3\sqrt{10}} \frac{2\operatorname{tg} x-5}{(4\cos x-\sin x)^2}dx.$

9.25. $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\arccos\left(1/\sqrt{26}\right)} \frac{dx}{\left(6-\operatorname{tg} x\right)\sin 2x}.$

9.26. $\displaystyle\int_{0}^{\pi/4} \frac{4-7\operatorname{tg} x}{2+3\operatorname{tg} x}dx.$

9.27. $\displaystyle\int_{-\arcsin\left(2/\sqrt{5}\right)}^{\pi/4} \frac{2-\operatorname{tg} x}{\left(\sin x+3\cos x\right)^2}dx.$

9.28. $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\arcsin\sqrt{2/3}} \frac{8\operatorname{tg} x dx}{3\cos^2 x+8\sin 2x-7}.$

9.29. $\displaystyle\int_{\arccos\left(1/\sqrt{10}\right)}^{\arccos\left(1/\sqrt{26}\right)} \frac{12dx}{\left(6+5\operatorname{tg} x\right)\sin 2x}.$

9.30. $\displaystyle\int_{0}^{\pi/3} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{4+3\cos 2x}dx.$

Задание 9

Вычислить определенные интегралы.

10.1. $\displaystyle\int_{\pi/2}^{\pi} 2^8 \sin^8 x\, dx.$

10.2. $\displaystyle\int_{0}^{\pi} 2^4 \sin^6 x \cos^2 x\, dx.$

10.3. $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} \sin^4 x \cos^4 x\, dx.$

10.4. $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} \sin^2\left(x/4\right)\cos^6\left(x/4\right)\, dx.$

10.5. $\displaystyle\int_{0}^{\pi} 2^4 \cos^8\left(x/2\right)\, dx.$

10.6. $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{0} 2^8 \sin^8 x\, dx.$

10.7. $\displaystyle\int_{\pi/2}^{\pi} 2^4 \sin^6 x \cos^2 x\, dx.$

10.8. $\displaystyle\int_{0}^{\pi} 2^4 \sin^4 x \cos^4 x\, dx.$

10.9. $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} \sin^2 x \cos^6 x\, dx.$

10.10. $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} \cos^8\left(x/4\right)\, dx.$

10.11. $\int\limits_{0}^{\pi} 2^4 \sin^8 (x/2)\ dx.$

10.12. $\int\limits_{-\pi}^{0} 2^8 \sin^6 x \cos^2 x\ dx.$

10.13. $\int\limits_{\pi/2}^{2\pi} 2^8 \sin^4 x \cos^4 x\ dx.$

10.14. $\int\limits_{0}^{\pi} 2^4 \sin^2 x \cos^6 x\ dx.$

10.15. $\int\limits_{0}^{2\pi} \cos^8 x\ dx.$

10.16. $\int\limits_{0}^{2\pi} \sin^8 (x/4)\ dx.$

10.17. $\int\limits_{0}^{\pi} 2^4 \sin^6 (x/2) \cos^2 (x/2)\ dx.$

10.18. $\int\limits_{-\pi/2}^{0} 2^8 \sin^4 x \cos^4 x\ dx.$

10.19. $\int\limits_{\pi/2}^{\pi} 2^8 \sin^2 x \cos^6 x\ dx.$

10.20. $\int\limits_{0}^{\pi} 2^4 \cos^8 x\ dx.$

10.21. $\int\limits_{0}^{2\pi} \sin^8 x\ dx.$

10.22. $\int\limits_{0}^{2\pi} \sin^6 (x/4) \cos^2 (x/4)\ dx.$

10.23. $\int\limits_{0}^{\pi} 2^4 \sin^4 (x/2) \cos^4 (x/2)\ dx.$

10.24. $\int\limits_{-\pi/2}^{0} 2^8 \sin^2 x \cos^6 x\ dx.$

10.25. $\int\limits_{\pi/2}^{2\pi} 2^8 \cos^8 x\ dx.$

10.26. $\int\limits_{0}^{\pi} 2^4 \sin^8 x\ dx.$

10.27. $\int\limits_{0}^{2\pi} \sin^6 x \cos^2 x\ dx.$

10.28. $\int\limits_{0}^{2\pi} \sin^4 (x/4) \cos^4 (x/4)\ dx.$

10.29. $\int\limits_{0}^{\pi} 2^4 \sin^2 (x/2) \cos^6 (x/2)\ dx.$

10.30. $\int\limits_{-\pi/2}^{0} 2^8 \cos^8 x\ dx.$

Задание 10

Вычислить определенные интегралы.

11.1. $\int\limits_{0}^{1} \frac{4\sqrt{1-x} - \sqrt{3x+1}}{\left(\sqrt{3x+1} + 4\sqrt{1-x}\right)(3x+1)^2}\, dx.$

11.2. $\int\limits_{1}^{64} \frac{1 - \sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x}}{x + 2\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^4}}\, dx.$

11.3. $\int\limits_{-14/15}^{-7/8} \frac{6\sqrt{x+2}}{(x+2)^2\sqrt{x+1}}dx.$

11.4. $\int\limits_{6}^{9} \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}}dx.$

11.5. $\int\limits_{0}^{5} e^{\sqrt{\frac{5-x}{5+x}}} \frac{dx}{(5+x)\sqrt{25-x^2}}.$

11.6. $\int\limits_{8}^{12} \sqrt{\frac{6-x}{x-14}}dx.$

11.7. $\int\limits_{0}^{1} e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1-x^2}}.$

11.8. $\int\limits_{5/2}^{10/3} \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)(x-2)^2}dx.$

11.9. $\int\limits_{1}^{8} \frac{5\sqrt{x+24}}{(x+24)^2\sqrt{x}}dx.$

11.10. $\int\limits_{1}^{2} \frac{x+\sqrt{3x-2}-10}{\sqrt{3x-2}+7}dx.$

11.11. $\int\limits_{6}^{10} \sqrt{\frac{4-x}{x-12}}dx.$

11.12. $\int\limits_{0}^{2} \frac{\left(4\sqrt{2-x}-\sqrt{2x+2}\right)dx}{\left(\sqrt{2x+2}+4\sqrt{2-x}\right)(2x+2)^2}.$

11.13. $\int\limits_{-1/2}^{0} \frac{xdx}{2+\sqrt{2x+1}}.$

11.14. $\int\limits_{0}^{4} e^{\sqrt{\frac{4-x}{4+x}}} \frac{dx}{(4+x)\sqrt{16-x^2}}.$

11.15. $\int\limits_{1/8}^{1} \frac{15\sqrt{x+3}}{(x+3)^2\sqrt{x}}dx.$

11.16. $\int\limits_{-5/3}^{1} \frac{\sqrt[3]{3x+5}+2}{1+\sqrt[3]{3x+5}}dx.$

11.17. $\int\limits_{2}^{3} \sqrt{\frac{3-2x}{2x-7}}dx.$

11.18. $\int\limits_{0}^{7} \frac{\sqrt{x+25}}{(x+25)^2\sqrt{x+1}}dx.$

11.19. $\int\limits_{0}^{2} \frac{\left(4\sqrt{2-x}-\sqrt{3x+2}\right)dx}{\left(\sqrt{3x+2}+4\sqrt{2-x}\right)(3x+2)^2}.$

11.20. $\int\limits_{0}^{2} e^{\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}} \frac{dx}{(2+x)\sqrt{4-x^2}}.$

11.21. $\int\limits_{3}^{5} \sqrt{\frac{2-x}{x-6}}dx.$

11.22. $\int\limits_{1/24}^{1/3} \frac{5\sqrt{x+1}}{(x+1)^2\sqrt{x}}dx.$

11.23. $\int\limits_{9}^{15}\sqrt{\frac{6-x}{x-18}}dx.$

11.24. $\int\limits_{0}^{1}\frac{\left(4\sqrt{1-x}-\sqrt{2x+1}\right)dx}{\left(\sqrt{2x+1}+4\sqrt{1-x}\right)\left(2x+1\right)^{2}}.$

11.25. $\int\limits_{1}^{64}\frac{\left(2+\sqrt[3]{x}\right)dx}{\left(\sqrt[6]{x}+2\sqrt{x^{3}}+\sqrt{x}\right)\sqrt{x}}.$

11.26. $\int\limits_{16/15}^{4/3}\frac{4\sqrt{x}}{x^{2}\sqrt{x-1}}dx.$

11.27. $\int\limits_{0}^{6}\frac{\mathrm{e}^{\sqrt{(6-x)/(6+x)}}\,dx}{\left(6+x\right)\sqrt{36-x^{2}}}.$

11.28. $\int\limits_{1}^{64}\frac{6-\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x^{3}}-7x-6\sqrt[4]{x^{3}}}dx.$

11.29. $\int\limits_{0}^{1}\frac{\left(4\sqrt{1-x}-\sqrt{x+1}\right)dx}{\left(\sqrt{x+1}+4\sqrt{1-x}\right)\left(x+1\right)^{2}}.$

11.30. $\int\limits_{0}^{3}\frac{\mathrm{e}^{\sqrt{(3-x)/(3+x)}}\,dx}{\left(3+x\right)\sqrt{9-x^{2}}}.$

Задание 11

Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

14.1. $y=\left(x-2\right)^{3},$ $y=4x-8.$

14.2. $y=x\sqrt{9-x^{2}},\quad y=0,$ $\left(0\le x\le 3\right).$

14.3. $y=4-x^{2},$ $y=x^{2}-2x.$

14.4. $y=\sin x\cos^{2}x,\quad y=0,$ $\left(0\le x\le \pi/2\right).$

14.5. $y=\sqrt{4-x^{2}},\quad y=0,$ $x=0,\quad x=1.$

14.6. $y=x^{2}\sqrt{4-x^{2}},\quad y=0,$ $\left(0\le x\le 2\right).$

14.7. $y=\cos x\sin^{2}x,\quad y=0,$ $\left(0\le x\le \pi/2\right).$

14.8. $y=\sqrt{\mathrm{e}^{x}-1},\quad y=0,$ $x=\ln 2.$

14.9. $y=\frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}},\quad y=0,$ $x=1,\quad x=\mathrm{e}^{3}.$

14.10. $y=\arccos x,\quad y=0,$ $x=0.$

14.11. $y=(x+1)^2$, $y^2=x+1$.

14.12. $y=2x-x^2+3$, $y=x^2-4x+3$.

14.13. $y=x\sqrt{36-x^2}$, $y=0$, $(0\le x\le 6)$.

14.14. $x=\arccos y$, $x=0$, $y=0$.

14.15. $y=\operatorname{arctg} x$, $y=0$, $x=\sqrt{3}$.

14.16. $y=x^2\sqrt{8-x^2}$, $y=0$, $\left(0\le x\le 2\sqrt{2}\right)$.

14.17. $x=\sqrt{e^y-1}$, $x=0$, $y=\ln 2$.

14.18. $y=x\sqrt{4-x^2}$, $y=0$, $(0\le x\le 2)$.

14.19. $y=\dfrac{x}{1+\sqrt{x}}$, $y=0$, $x=1$.

14.20. $y=\dfrac{1}{1+\cos x}$, $y=0$, $x=\pi/2$, $x=-\pi/2$.

14.21. $x=(y-2)^3$, $x=4y-8$.

14.22. $y=\cos^5 x\sin 2x$, $y=0$, $(0\le x\le \pi/2)$.

14.23. $y=\dfrac{x}{\left(x^2+1\right)^2}$, $y=0$, $x=1$.

14.24. $x=4-y^2$, $x=y^2-2y$.

14.25. $x=\dfrac{1}{y\sqrt{1+\ln y}}$, $x=0$, $y=1$, $y=e^3$.

14.26. $y=\dfrac{e^{1/x}}{x^2}$, $y=0$, $x=2$, $x=1$.

14.27. $y=x^2\sqrt{16-x^2}$, $y=0$, $(0\le x\le 4)$.

14.28. $x=\sqrt{4-y^2}$, $x=0$, $y=0$, $y=1$.

14.29. $y=(x-1)^2$, $y^2=x-1$.

14.30. $y=x^2\cos x$, $y=0$, $(0\le x\le \pi/2)$.

Задание 12

Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

17.1. $y=\ln x, \quad \sqrt{3}\le x\le\sqrt{15}.$

17.2. $y=\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{\ln x}{2}, \quad 1\le x\le 2.$

17.3. $y=\sqrt{1-x^2}+\arcsin x, \quad 0\le x\le 7/9.$

17.3. $y=\ln\dfrac{5}{2x}, \quad \sqrt{3}\le x\le\sqrt{8}.$

17.5. $y=-\ln\cos x, \quad 0\le x\le \pi/6.$

17.6. $y=\mathrm{e}^x+6, \quad \ln\sqrt{8}\le x\le\ln\sqrt{15}.$

17.7. $y=2+\arcsin\sqrt{x}+\sqrt{x-x^2}, \quad 1/4\le x\le 1.$

17.8. $y=\ln\left(x^2-1\right), \quad 2\le x\le 3.$

17.9. $y=\sqrt{1-x^2}+\arccos x, \quad 0\le x\le 8/9.$

17.10. $y=\ln\left(1-x^2\right), \quad 0\le x\le 1/4.$

17.11. $y=2+\operatorname{ch} x, \quad 0\le x\le 1.$

17.12. $y=1-\ln\cos x, \quad 0\le x\le \pi/6.$

17.13. $y=\mathrm{e}^x+13, \quad \ln\sqrt{15}\le x\le\ln\sqrt{24}.$

17.14. $y=-\arccos\sqrt{x}+\sqrt{x-x^2}, \quad 0\le x\le 1/4.$

17.15. $y=2-\mathrm{e}^x, \quad \ln\sqrt{3}\le x\le\ln\sqrt{8}.$

17.16. $y=\arcsin x-\sqrt{1-x^2}, \quad 0\le x\le 15/16.$

17.17. $y=1-\ln\sin x, \quad \pi/3\le x\le \pi/2.$

17.18. $y=1-\ln\left(x^2-1\right), \quad 3\le x\le 4.$

17.19. $y=\sqrt{x-x^2}-\arccos\sqrt{x}+5, \quad 1/9\le x\le 1.$

17.20. $y=-\arccos x+\sqrt{1-x^2}+1, \quad 0\le x\le 9/16.$

17.21. $y=\ln\sin x, \quad \pi/3\le x\le \pi/2.$

17.22. $y=\ln 7-\ln x, \quad \sqrt{3}\le x\le\sqrt{8}.$

17.23. $y=\operatorname{ch} x+3, \quad 0\le x\le 1.$

17.24. $y=1+\arcsin x-\sqrt{1-x^2}, \quad 0\le x\le 3/4.$

17.25. $y=\ln\cos x+2, \quad 0\le x\le \pi/6.$

17.26. $y=\mathrm{e}^x+26, \quad \ln\sqrt{8}\le x\le \ln\sqrt{24}.$

17.27. $y=\dfrac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}{2}+3, \quad 0\le x\le 2.$

17.28. $y=\arccos\sqrt{x}-\sqrt{x-x^2}+4, \quad 0\le x\le 1/2.$

17.29. $y=\dfrac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}+3}{4}, \quad 0\le x\le 2.$

17.30. $y=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}, \quad \ln\sqrt{3}\le x\le \ln\sqrt{15}.$

Задание 13

Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций. В вариантах 1–16 ось вращения Ox, в вариантах 17–31 ось вращения Oy.

21.1. $y=-x^2+5x-6, \quad y=0.$

21.2. $2x-x^2-y=0, \ \ 2x^2-4x+y=0.$

21.3. $y=3\sin x, \quad y=\sin x, \quad 0\le x\le\pi.$

21.4. $y=5\cos x, \ \ y=\cos x, \ \ x=0, \ \ x\ge 0.$

21.5. $y=\sin^2 x, \ \ x=\pi/2, \quad y=0.$

21.6. $x=\sqrt[3]{y-2}, \ \ x=1, \quad y=1.$

21.7. $y=x\mathrm{e}^x, \quad y=0, \quad x=1.$

21.8. $y = 2x - x^2, \quad y = -x + 2, \quad x = 0.$

21.9. $y = 2x - x^2, \quad y = -x + 2.$

21.10. $y = \mathrm{e}^{1-x}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1.$

21.11. $y = x^2, \quad y^2 - x = 0.$

21.12. $x^2 + (y-2)^2 = 1.$

21.13. $y = 1 - x^2, \quad x = 0, \quad x = \sqrt{y-2}, \quad x = 1.$

21.14. $y = x^2, \quad y = 1, \quad x = 2.$

21.15. $y = x^3, \quad y = \sqrt{x}.$

21.16. $y = \sin(\pi x/2), \quad y = x^2.$

21.17. $y = \arccos(x/3), \quad y = \arccos x, \quad y = 0.$

21.18. $y = \arcsin(x/5), \quad y = \arcsin x, \quad y = \pi/2.$

21.19. $y = x^2, \quad x = 2, \quad y = 0.$

21.20. $y = x^2 + 1, \quad y = x, \quad x = 0, \quad y = 0.$

21.21. $y = \sqrt{x-1}, \quad y = 0, \quad y = 1, \quad x = 0{,}5.$

21.22. $y = \ln x, \quad x = 2, \quad y = 0.$

21.23. $y = (x-1)^2, \quad y = 1.$

21.24. $y^2 = x - 2, \quad y = 0, \quad y = x^3, \quad y = 1.$

21.25. $y = x^3, \quad y = x^2.$

21.26. $y = \arccos(x/5), \quad y = \arccos(x/3), \quad y = 0.$

21.27. $y = \arcsin x, \quad y = \arccos x, \quad y = 0.$

21.28. $y = x^2 - 2x + 1, \quad x = 2, \quad y = 0.$

21.29. $y = x^3, \quad y = x.$

21.30. $y = \arccos x, \quad y = \arcsin x, \quad x = 0.$

ЧАСТЬ 3. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Задание 1

1) Показать, что функция $z = \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}\right)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{1}{36} z.$$

2) Показать, что функция $z = \frac{xy}{x - y}$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{2}{x - y}.$$

3) Показать, что функция $s = \ln(ax - bt)$ удовлетворяет уравнению

$$x^3 \frac{\partial^3 s}{\partial x^3} + 3x^2 t \frac{\partial^3 s}{\partial x^2 \partial t} + 3xt^2 \frac{\partial^3 s}{\partial x \partial t^2} + t^3 \frac{\partial^3 s}{\partial t^3} = 2.$$

4) Показать, что функция $z = e^{\frac{y}{x}}$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 \frac{\partial z}{\partial x}\right) - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

5) Показать, что функция $z = \frac{\sin(x - y)}{x}$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 \frac{\partial z}{\partial x}\right) - x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

6) Показать, что функция $z = 2\cos^2\left(x - \frac{t}{2}\right)$ удовлетворяет уравнению

$$2\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial t} = 0.$$

7) Показать, что функция $s = \ln\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{t}\right)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{1}{x^2}.$$

8) Показать, что функция $s=\sqrt[3]{ax+bt}$ удовлетворяет уравнению

$$x^2\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}+2xt\frac{\partial^2 s}{\partial x\partial t}+t^2\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}=-\frac{2}{9}s.$$

9) Показать, что функция $z=\operatorname{arctg}\frac{x}{y}$ удовлетворяет уравнению $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$.

10) Показать, что функция $z=\sqrt{\frac{x}{y}}$ удовлетворяет уравнению

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\partial}{\partial y}\left(y^2\frac{\partial z}{\partial y}\right)=0.$$

11) Показать, что функция $z=y\sqrt{\frac{y}{x}}$ удовлетворяет уравнению

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

12) Показать, что функция $z=e^{xy}$ удовлетворяет уравнению

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

13) Показать, что функция $u=xe^{-\frac{y}{x}}$ удовлетворяет уравнению

$$x\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+2\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)=y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

14) Показать, что функция $z=\frac{y}{x}$ удовлетворяет уравнению

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

15) Показать, что функция $u=x\sin(x+y)+y\cos(x+y)$ удовлетворяет уравнению $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$.

16) Показать, что функция $u = xy + \frac{x}{y}$ удовлетворяет уравнению $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + x\frac{\partial u}{\partial x} - y\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

17) Показать, что функция $u = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{6}x^3(y+z) + \frac{1}{2}x^2yz + \frac{y-x}{z-x}$ удовлетворяет уравнению $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = xyz$.

18) Показать, что функция $z = \frac{y}{\operatorname{tg}(x^2 - y^2)}$ удовлетворяет уравнению $\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$.

19) Показать, что функция $z = xe^{\frac{x}{y}} - x^2 - y^2$ удовлетворяет уравнению $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = z - x^2 - y^2$.

20) Показать, что функция $u = \frac{x}{y}e^x + \sin\frac{x}{y}$ удовлетворяет уравнению $xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + x\frac{\partial u}{\partial x} + 2y\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

21) Показать, что функция $z = e^{-\cos(ax+y)}$ удовлетворяет уравнению $a^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

22) Показать, что функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1)$ удовлетворяет уравнению $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

23) Показать, что функция $z = \sin^2(y - ax)$ удовлетворяет уравнению $a^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

24) Показать, что функция $u = e^x(x\cos y - y\sin y)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

25) Показать, что функция $u = \ln\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ удовлетворяет уравнению $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

26) Показать, что функция $z = y\sin(x^2 - y^2)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}.$$

27) Показать, что функция $z = \frac{1}{y}[\mathrm{tg}(ax + y) + \mathrm{tg}(ax - y)]$ удовлетворяет уравнению $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{a^2}{y^2}\cdot\frac{\partial}{\partial y}\left(y^2\frac{\partial z}{\partial y}\right)$.

28) Показать, что функция $u = \frac{1}{x}\left[e^{x-y} + e^{x+y}\right]$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\frac{\partial u}{\partial x}\right) = x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

29) Показать, что функция $u = xe^y + ye^x$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} = x\frac{\partial^3 u}{\partial x\partial y^2} + y\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\partial y}.$$

30) Показать, что функция $u = e^{xyz}$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x\partial y\partial z} = xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + 2x\frac{\partial u}{\partial x} + u.$$

Задание 2

Пользуясь понятием полного дифференциала функции $z = f(x, y)$, вычислить приближённо:

1) $(1{,}02)^3\cdot(0{,}97)^2$.

2) $(1{,}04)^2\cdot(0{,}98)^3$.

3) $(2{,}01)^2\cdot(1{,}96)^3$.

4) $\sqrt{(4{,}01)^2 + (2{,}95)^2}$.

5) $\sqrt{(3{,}97)^2+(3{,}03)^2}$.

6) $\sqrt{(4{,}01)^2+(2{,}95)^2+10}$.

7) $\sqrt[3]{(5{,}03)^2+(9{,}98)^2}$.

8) $(1{,}03)^{1{,}95}$.

9) $(1{,}01)^{2{,}03}$.

10) $\sqrt{(8{,}03)^2+3\cdot(3{,}99)^2}$.

11) $\sqrt{(5{,}03)^2+(11{,}99)^2}$.

12) $\sin 32^\circ\cdot\cos 59^\circ$.

13) $\cos 61^\circ\cdot\sin 29^\circ$.

14) $\ln\left(\sqrt[3]{1{,}03}+\sqrt[4]{0{,}95}-1\right)$.

15) $\mathrm{tg}44^\circ\cdot\mathrm{tg}46^\circ$.

16) $\sqrt{(10{,}01)^2+(4{,}48)^3}$.

17) $\sqrt{(12{,}03)^2+(8{,}99)^2}$.

18) $\sqrt{(4{,}01)^2+6\cdot(1{,}97)^3}$.

19) $\sqrt[3]{(4{,}02)^2+6\cdot(2{,}01)^3}$.

20) $\dfrac{\sin 31^\circ}{\cos 58^\circ}$.

21) $\dfrac{\cos 62^\circ}{\sin 29^\circ}$.

22) $\dfrac{\mathrm{tg}44^\circ}{\mathrm{tg}46^\circ}$.

23) $\sqrt[3]{(9{,}03)^2+5\cdot(1{,}98)^3}$.

24) $\sqrt[3]{2\cdot(10{,}03)^2+(3{,}99)^2}$.

25) $\sqrt[3]{(4{,}01)^2+10{,}96}$.

26) $\sqrt[3]{(5{,}03)^2+(9{,}98)^2}$.

27) $\ln\left(\sqrt{1{,}02}+\sqrt[3]{0{,}98}-1\right)$.

28) $\ln\left(1{,}04^2+0{,}97^3-1\right)$.

29) $\sin 1{,}49\cdot\mathrm{arctg}0{,}07$.

30) $\cos 1{,}59\cdot\mathrm{arctg}0{,}02$.

Задание 3

Найти точки экстремума функции двух переменных и исследовать их характер.

1) $z=x^2-xy+y^2+9x-6y+20$.

2) $z=x^3+8y^3-6xy+1$.

3) $z=y\sqrt{x}-y^2-x+6y$.

4) $z=2xy-4x-2y$.

5) $z=e^{\frac{x}{2}}\left(x+y^2\right)$.

6) $z=\sin x+\sin y+\sin(x+y)$ при $0\le x\le\dfrac{\pi}{2}$, $0\le y\le\dfrac{\pi}{2}$.

7) $z=3x+6y-x^2-xy-y^2$.

8) $z=x^2+y^2-2x-4\sqrt{xy}-2y+8$.

9) $z=2x^3-xy^2+5x^2+y^2$.

10) $z=3x^2-2x\sqrt{y}+y-8x+8$.

11) $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$.

12) $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$.

13) $z = x^3 y^2 (6 - x - y)$.

14) $z = x^2 + xy + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ при $x > 0$, $y > 0$.

15) $z = e^{-x^2 - y^2}\left(2x^2 + y^2\right)$.

16) $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$.

17) $z = xy^2(1 - x - y)$ при $x > 0$, $y > 0$.

18) $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$.

19) $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$.

20) $z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$ при $x > 0$, $y > 0$.

21) $x^2 + y^2 - 2\ln x - 18\ln y$ при $x > 0$, $y > 0$.

22) $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$.

23) $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$.

24) $z = 2 - \sqrt[3]{x^2 + y^2}$.

25) $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$.

26) $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.

27) $z = 2xy - 2x - 4y$.

28) $z = x^3 + xy^2 + 6xy$.

29) $z = \left(x^2 + y\right)\sqrt{e^y}$.

30) $z = 3\ln\frac{x}{6} + 2\ln y + \ln(12 - x - y)$.

Задание 4

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = f(x, y)$ в заданной области D, если

1) $z = x - 2y + 5$; D: $x \ge 0$, $y \ge 0$, $x + y \le 1$.

2) $z = x - 2y + 5$; D: $x \le 0$, $y \ge 0$, $y - x \le 1$.

3) $z = x^2 + y^2 - xy - x - y$; D: $x \ge 0$, $y \ge 0$, $x + y \le 3$.

4) $z = xy$; D: $x^2 + y^2 \le 1$.

5) $z = xy^2$; D: $x^2 + y^2 \le 1$.

6) $z = x^2 y(2 - x - y)$; D: $x \ge 0$, $y \ge 0$, $x + y \le 6$.

7) $z = x + y$; D: $x^2 + y^2 \le 1$.

8) $z = x^2 - y^2$; D: $x^2 + y^2 \le 1$.

9) $z = x^3 + y^3 - 3xy$; D: $0 \le x \le 2$, $-1 \le y \le 2$.

10) $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$; D: $x \ge 0$, $y \ge 0$, $x + y \le 3$.

11) $z = x^2 - y^2 + 2a^2$; D: $x^2 + y^2 \le a^2$.

12) $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$; D: $0 \le x \le 4$, $0 \le y \le 4$.

13) $z = 3xy$; D: $x^2 + y^2 \le 2$.

14) $z = xy(4 - x - y)$; D: $x \ge 1$, $y \ge 0$, $x + y \le 6$.

15) $z = x^2 - y^2$; D: $x^2 + y^2 \le 4$.

16) $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$; D: $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 2$.

17) $z = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$; D: $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$, $0 \le y \le \dfrac{\pi}{2}$.

18) $z = e^{-x^2 - y^2}\left(2x^2 + 3y^2\right)$; D: $x^2 + y^2 \le 4$.

19) Найти наибольший объём прямоугольного параллелепипеда при условии, что длина его диагонали равна $2\sqrt{3}$.

20) Разложить положительное число a на три положительных слагаемых так, чтобы произведение их было наибольшим.

21) Представить положительное число a в виде произведения трёх положительных множителей так, чтобы сумма их была наименьшей.

22) Найти точку треугольника A(0; 0), B(1; 0), C(0; 1), сумма квадратов расстояний которой до его вершин имеет наибольшее значение.

23) Какой треугольник с данным периметром 2p имеет наибольшую площадь? (Использовать формулу Герона).

24) Найти точку четырёхугольника (0; 0), (a; 0), (a; a), (0; 2a), сумма квадратов расстояний которой до его вершин имеет наибольшее значение.

25) Из куска проволоки длиной ℓ сделать каркас прямоугольного параллелепипеда с наибольшим объёмом.

26) Определить размеры открытого прямоугольного ящика с данным объёмом V и с наименьшей поверхностью.

27) Найти размеры прямоугольного параллелепипеда данной поверхности S, имеющего наибольший объём V.

28) Из всех прямоугольных параллелепипедов, имеющих данную сумму длин рёбер 12a, найти параллелепипед с наибольшим объёмом.

29) При каких размерах открытая прямоугольная ванна вместимостью V имеет наименьшую площадь поверхности.

30) Найти такую точку равнобедренного прямоугольного треугольника, для которой сумма квадратов расстояний до его вершин будет наименьшей.

Задание 5

Составить уравнение касательной и нормальной плоскости к кривой в заданной точке M_o:

1) а) $x = t$, $y = t^2$, $z = \frac{2}{3}t^3$, $M_o(1; 1; \frac{2}{3})$;

б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10; \\ y^2 + z^2 = 25, \end{cases}$ $M_o(1; 3; 4)$.

2) а) $x = 3\cos t$, $y = 3\sin t$, $z = 4t$, $M_o(\frac{3\sqrt{2}}{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2}; \pi)$;

б) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 14; \\ x + 2y - z = 2, \end{cases}$ $M_o(1; 2; 3)$.

3) а) $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $z = 4\sin\frac{t}{2}$, $M_o(\pi; 2; 4)$;

б) $\begin{cases} y^2 + z^2 = 25; \\ x^2 + y^2 = 10, \end{cases}$ $M_o(1; 3; 4)$.

4) а) $x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = t\sqrt{2}$, $M_o(1; 1; 0)$;

б) $\begin{cases} 2x^2+3y^2+z^2=47; \\ x^2+2y^2=z, \end{cases}$ $M_o(-2;\ 1;\ 6)$.

5) а) $x=t$, $y=t^2$, $z=t^3$, $M_o(2;\ 4;\ 8)$;

б) $\begin{cases} x^2+y^2=z^2; \\ x=y, \end{cases}$ $M_o(4;\ 4;\ 4\sqrt{2})$.

6) а) $x=2t$, $y=\ln t$, $z=t^2$, $M_o(2;\ 0;\ 1)$;

б) $\begin{cases} x^3+z^3=28; \\ y^3+z^3=35, \end{cases}$ $M_o(1;\ 2;\ 3)$.

7) а) $x=e^t\sin t$, $y=e^t\cos t$, $z=e^t$, $M_o(0;\ 1;\ 1)$;

б) $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=3; \\ x^2+y^2=2, \end{cases}$ $M_o(1;\ 1;\ 1)$.

8) а) $x=at$, $y=\frac{1}{2}at^2$, $z=\frac{1}{3}at^3$, $M_o(6a;\ 18a;\ 72a)$;

б) $\begin{cases} y^2=x; \\ x^2=z, \end{cases}$ $M_o(1;\ 1;\ 1)$.

9) а) $x=t-\sin t$, $y=1-\cos t$, $z=4\sin\frac{t}{2}$, $M_o(\frac{\pi}{2}-1;\ 1;\ 2\sqrt{2})$;

б) $\begin{cases} y^2=4z; \\ y^2=9z, \end{cases}$ $M_o(2;\ 3;\ 1)$.

10) а) $x=t^2$, $y=1-t$, $z=t^3$, $M_o(1;\ 0;\ 1)$;

б) $\begin{cases} x^2=3y; \\ 2xy=9z, \end{cases}$ $M_o(3;\ 3;\ 2)$.

11) а) $x=\sin t$, $y=\cos t$, $z=\operatorname{tg} t$, $M_o(\frac{\sqrt{2}}{2};\ \frac{\sqrt{2}}{2};\ 1)$;

б) $\begin{cases} 3x^4-4y^3z+4z^2xy-4z^3x+1=0; \\ z=xy, \end{cases}$ $M_o(1;\ 1;\ 1)$.

12) а) $x = t^3 - t^2 - 5$, $y = 3t^2 + 1$, $z = 2t^3 - 16$, M_o соответствует значение параметра $t_o = 2$;

б) $\begin{cases} \left(z^2 - x^2\right)xyz - y^5 = 5; \\ 2xy = z, \end{cases}$ $M_o(1;\ 1;\ 2)$.

13) а) $x = 2t + 3$, $y = 3t - 1$, $z = t^2$, $M_o(3;\ -1;\ 0)$;

б) $\begin{cases} z = \sqrt{x^2 + y^2} - xy; \\ 2x - y + z + 5 = 0, \end{cases}$ $M_o(3;\ 4;\ -7)$.

14) а) $x = 2t$, $y = \ln t$, $z = t^2$, $M_o(10;\ \ln 5;\ 25)$;

б) $\begin{cases} z = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}; \\ xy = \operatorname{ctg}\dfrac{\pi}{4}, \end{cases}$ $M_o(1;\ 1;\ \dfrac{\pi}{4})$.

15) а) $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = \dfrac{e^t + e^{-t}}{2}$, M_o соответствует значение параметра $t_o = \dfrac{\pi}{6}$;

б) $\begin{cases} y = a \cdot \arcsin\dfrac{x}{a}; \\ z = \dfrac{1}{4} a \ln\dfrac{a + x}{a - x}, \end{cases}$ $M_o(\dfrac{a}{2};\dfrac{a\pi}{6};\ \dfrac{a}{4}\ln 3)$.

16) а) $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = a\ln\cos t$, $M_o(\dfrac{a\sqrt{2}}{2};\dfrac{a\sqrt{2}}{2};\ -\dfrac{a}{2}\ln 2)$;

б) $\begin{cases} y^2 + z^2 = 25; \\ x^2 + y^2 = 10, \end{cases}$ $M_o(-1;\ 3;\ -4)$.

17) а) $x = 3\sin t - 2$, $y = \cos 2t$, $z = t^2$, $M_o(-2;\ 1;\ 0)$;

б) $\begin{cases} 4ax = (y + z)^2; \\ 4x^2 + 3y^2 = 3z^2, \end{cases}$ $M_o(0;\ 0;\ 0)$.

18) а) $x = \sin t$, $y = \cos^2 t$, $z = \sin t \cdot \cos t$, M_o соответствует значение параметра $t_o = \dfrac{\pi}{4}$;

б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17; \\ 2y^2 + z^2 = 33, \end{cases}$ $M_o(1;\ 4;\ -1)$.

19) а) $x = 4\sin^2 t$, $y = 4\sin t \cos t$, $z = 2\cos^2 t$, M_o соответствует значение параметра $t_o = \dfrac{\pi}{4}$;

б) $\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 + z^2 = 9; \\ 3x^2 + y^2 - z^2 = 0, \end{cases}$ $M_o(1;\ -1;\ 2)$.

20) а) $x = t^2 - 1$, $y = t + 1$, $z = t^3$, $M_o(0;\ 2;\ 1)$;

б) $\begin{cases} x + 2y - \ln z + 4 = 0; \\ x^2 - xy - 8x + z + 5 = 0, \end{cases}$ $M_o(2;\ -3;\ 1)$.

21) а) $x = \dfrac{1}{2}t^2$, $y = \dfrac{1}{3}t^3$, $z = \dfrac{1}{4}t^4$, M_o соответствует значение параметра $t_o = 2$;

б) $\begin{cases} z = \sqrt{x^2 + y^2} - xy; \\ 2x - 3y - z - 1 = 0, \end{cases}$ $M_o(3;\ 4;\ -7)$.

22) а) $x = a\,\mathrm{ch}\,t$, $y = a\,\mathrm{sh}\,t$, $z = at$, M_o соответствует значение параметра $t_o = 0$;

б) $\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0; \\ 3x + 2y + 7z = 0, \end{cases}$ $M_o(1;\ 2;\ -1)$.

23) а) $x = \dfrac{t}{\sqrt{2}}$, $y = \dfrac{t}{\sqrt{2}}$, $z = \ln \sin t$, M_o соответствует значение параметра $t_o = \dfrac{\pi}{2}$;

б) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 14; \\ x + 2y - z = 2, \end{cases}$ $M_o(1;\ 2;\ 3)$.

24) а) $x = (t+1)^2$, $y = t^3$, $z = \sqrt{t^2 + 1}$, $M_o(1;\ 0;\ 1)$;

б) $\begin{cases} 2x + 2y - \ln z + 4 = 0; \\ x^2 - 3xy - 8x + z - 3 = 0, \end{cases}$ $M_o(1;\ -3;\ 1)$.

25) а) $x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = \frac{t}{\sqrt{2}}$, M_o соответствует значение параметра $t_o = 0$;

б) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6; \\ x^2 - y^2 + z^2 = 4, \end{cases}$ $M_o(1; 1; 2)$.

26) а) $x = 1 - \sin t$, $y = \cos t$, $z = t$, $M_o(1; 1; 0)$;

б) $\begin{cases} 2z = 2x^2 - 4y^2; \\ 3x^2 + \ln y - 3z - 6 = 0, \end{cases}$ $M_o(2; 1; 2)$.

27) а) $x = e^t$, $y = \cos t$, $z = (t^2 + 1)$, $M_o(1; 1; 1)$;

б) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6; \\ x^2 + y^2 - z^2 = 1, \end{cases}$ $M_o(1; -1; 1)$.

28) а) $x = t^3$, $y = (t+1)^2$, $z = \sqrt{t^2 + 1}$, M_o соответствует значение параметра $t_o = -2$;

б) $\begin{cases} 2z = x^2 - y^2; \\ x^2 - 4y - z - 1 = 0, \end{cases}$ $M_o(3; 1; 4)$.

29) а) $x = t\cos t$, $y = t\sin t$, $z = t$, $M_o(-\pi; 0; \pi)$;

б) $\begin{cases} x^2 - xy - 8x + z + 5 = 0; \\ 4 + x + 2y = \ln z, \end{cases}$ $M_o(2; -3; 1)$.

28) а) $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(t - \cos t)$, $z = \sin t$, M_o соответствует значение параметра $t_o = \frac{\pi}{2}$;

б) $\begin{cases} z = 2x^2 + y^2; \\ \ln x + y^2 - z + 2 = 0, \end{cases}$ $M_o(1; -1; 3)$.

Задание 6

Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхностям, заданным уравнениями вида а) $z = f(x, y)$; б) $F(x, y, z) = 0$ в заданной точке M_o.

1) а) $z = x^2 - 3y^2$, $M_o(0;\ 1;\ -3)$;

б) $xy - yz + xz = 1$, $M_o(1;\ 1;\ 2)$.

2) а) $z = 3x^2 - 4y^2$, $M_o(1;\ 1;\ -1)$;

б) $(x^2 - z^2)yz - xz^3 = 1$, $M_o(2;\ 1;\ 1)$.

3) а) $z = 2x^2 + 3y^2$, $M_o(1;\ 1;\ 5)$;

б) $(y^2 - z^2)xy + 2z^3 = 4$, $M_o(1;\ 2;\ -1)$.

4) а) $z = \dfrac{1}{x^2 + y^2}$, $M_o(1;\ 1;\ \frac{1}{2})$;

б) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + x - 2y + z = 9$, $M_o(2;\ 3;\ 6)$.

5) а) $z = 3x^2 - y^2$, $M_o(1;\ 1;\ 2)$;

б) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$, $M_o(\frac{a\sqrt{3}}{3};\ \frac{b\sqrt{3}}{3};\ \frac{c\sqrt{3}}{3})$.

6) а) $z = x^2 + 3y^2$, $M_o(0;\ 1;\ 3)$;

б) $2x^2 + 4y^2 - z^2 = 3$, $M_o(2;\ 1;\ 3)$.

7) а) $z = 3x^2 - 4y^2$, $M_o(1;\ 1;\ -1)$;

б) $x^2y + y^2z + z^2x - xyz = 2$, $M_o(1;\ 1;\ -1)$.

8) а) $z = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $M_o(3;\ 4;\ \frac{1}{5})$;

б) $2x^2 - y^2 + z^2 = 8$, $M_o(2;\ 1;\ 1)$.

9) а) $z = x^3 + xy + y^3$, $M_o(1;\ 1;\ 3)$;

б) $y^2 - 3x^2 + z^2 = 5$, $M_o(1;\ 2;\ 2)$.

10) а) $z = x^3 - xy + 2y^3$, $M_o(-1;\ 1;\ 2)$;

б) $xz^2 + xyz - y^2 + 3x = 2$, $M_o(1;\ 1;\ 0)$.

11) а) $z = 5x^2 - 3y^2$, $M_o(1;\ 1;\ 2)$;

б) $z^3x + y^3z + x^3z - 4z + 2x = 10$, $M_o(5;\ 2;\ 0)$.

12) а) $z = 3x^3 - 2y^3$, $M_o(1; 1; 1)$;

б) $3x^4 - 4y^2x - z^3x + y + 1 = 0$, $M_o(1; 1; 1)$.

13) а) $z = xy - y^2$, $M_o(1; 1; 0)$;

б) $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6$, $M_o(1; 1; 1)$.

14) а) $z = \sqrt{xy}$, $M_o(1; 4; 2)$;

б) $3x^2z + yz - 2y^2x = 2$, $M_o(1; 1; 1)$.

15) а) $z = \dfrac{1}{\sqrt{xy}}$, $M_o(1; \dfrac{1}{4}; 2)$;

б) $4x^3 - 3yz + z^3 + 3x = 5$, $M_o(1; 1; 1)$.

16) а) $z = 2x^2 + 3y^2$, $M_o(1; 1; 5)$;

б) $x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$, $M_o(1; 2; -1)$.

17) а) $z = \operatorname{tg}\dfrac{x}{y}$, $M_o(\dfrac{\pi}{4}; 1; 1)$;

б) $3x^2 - 2xyz + z^3 + 4y - 11 = 0$, $M_o(1; 1; 2)$.

18) а) $z = e^{x^2 + y^2}$, $M_o(0; 1; e)$;

б) $xy^2 + yz^2 - 2z^3 + 1 = 0$, $M_o(-1; 1; 0)$.

19) а) $z = \sin\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)$, $M_o(0; \dfrac{\pi^2}{4}; 1)$;

б) $\left(z^2 - x^2\right)xyz - 2y^4 = 4$, $M_o(1; 1; 2)$.

20) а) $z = x^3 - 3y^2 + 5x - 2y$, $M_o(1; 1; 1)$;

б) $3xz^2 - 2yz + z^2 + x^2 = 0$, $M_o(0; 1; 2)$.

21) а) $z = xy$, $M_o(1; 1; 1)$;

б) $z = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$, $M_o(1; 1; \dfrac{\pi}{4})$.

22) а) $z = \sqrt{x^2 + y^2} - 2xy$, $M_o(3; 4; -19)$;

б) $xz^2 - y\sqrt{z} + xyz + y^3 + 1 = 0$, $M_o(0; 1; 4)$.

23) а) $z = \arcsin\sqrt{xy}$, $M_o(1;\ 1;\ \frac{\pi}{2})$;

б) $4x^4 - 3y^4 + 2z^4 + xyz = 4$, $M_o(1;\ 1;\ 1)$.

24) а) $z = x^3 + y^3$, $M_o(1;\ 1;\ 2)$;

б) $3\left(x^2 - z^2\right)x + x^4 + z^3 = 9$, $M_o(1;\ 2;\ -1)$.

25) а) $z = e^{x^3 + y^3}$, $M_o(0;\ 1;\ e)$;

б) $3z^2x + 2y^2 - 3z^2 - 2 = 0$, $M_o(1;\ 1;\ 0)$.

26) а) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $M_o(6;\ 8;\ 10)$;

б) $2z^2x - 3y^2x - z^3 = 3$, $M_o(2;\ 0;\ 1)$.

27) а) $z = 5x^3 + 3y^3$, $M_o(0;\ 1;\ 3)$;

б) $3z^2 + 2y^2 - 4x^2 = 4$, $M_o(1;\ 2;\ 0)$.

28) а) $z = 2x^2 - 5y^2$, $M_o(1;\ 1;\ -3)$;

б) $xz^4 + yx^4 + zy^4 - y^3 = 18$, $M_o(1;\ 1;\ 2)$.

29) а) $z = \mathrm{arctg}\frac{y}{x}$, $M_o(1;\ 1;\ \frac{\pi}{4})$;

б) $x^2yz + 2x^2z - 3xyz + 2 = 0$, $M_o(1;\ 0;\ -1)$.

30) а) $z = \sqrt{x^2 + y^2} - xy$, $M_o(3;\ 4;\ -7)$;

б) $x^2 + 2y^2 - 4z^2 = 5$, $M_o(1;\ 2;\ 1)$.

Задание 7

1) Найти производную функции $z = x^2 + y^2 - 3x + 2y$ в точке O(0; 0; 0) по направлению, идущему от этой точки к точке M(3; 4; 0).

2) Найти производную функции $u = xy^2 + z^2 - xyz$ в точке M(1; 1; 2) в направлении, образующем с осями координат углы соответственно 60°, 45° и 60°.

3) Найти градиент функции $z = 2x^2 + xy$ в точке A(-1; 2) и производную z в этой точке в направлении вектора $\bar{a} = 3i + 4j$.

4) Найти величину и направление градиента функции $z = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}$ в точке A(-1; 1). Определить точки, в которых градиент перпендикулярен оси Ox.

5) Найти угол между градиентами функций u и v в точке M, если $u = \frac{yz^2}{x^2}$, $v = \frac{x^2}{2} + 6y^2 + 3\sqrt{6z^3}$, M($\sqrt{2}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$).

6) $z = 4 - x^2 - y^2$. Построить линии уровней функции z и $\overline{\text{grad } z}$ в точке A(1; 2).

7) $z = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}$. Построить линии уровней и grad z в любой точке прямой y = x.

8) Найти производную функции $z = \ln\left(e^x + e^y\right)$ в направлении, параллельном биссектрисе 1-го координатного угла.

9) Найти производную функции $u = x^2 + y^2$ в точке (1; 1) в направлении вектора $\bar{\ell}$(cos 45°, cos 60°), найти $\overline{\text{grad } u}$ в той же точке и его длину.

10) $z = \frac{4}{x^2 + y^2}$. Построить линии уровней и grad z в точке (-1; 2) и найти $\left|\overline{\text{grad } z}\right|$.

11) $u = xyz$. Найти производную $\frac{du}{d\ell}$ в направлении, составляющем с осями координат равные углы в точке (1; 2; 1).

12) Найти наибольшую скорость возрастания функции $u = x^y - z$ в точке M_o(2; 2; 4).

13) Найти $\overline{\text{grad}}$ функции $u = \alpha\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ и его длину в произвольной точке M(x, y, z).

14) Показать, что функция $u = \ln\left(x^2 + y^2 + z^2\right)$ удовлетворяет соотношению $u = 2\ln 2 - \ln\left(\overline{\text{grad } u}\right)^2$, где $\left(\overline{\text{grad } u}\right)^2$ – скалярный квадрат.

15) Найти наибольшую крутизну подъёма поверхности $z = \ln\left(x^2 + 4y^2\right)$ в точке (6; 4; ln 100).

16) Найти наибольшую крутизну подъёма поверхности $z = x^y$ в точке (2; 2; 4).

17) Каково направление наибольшего изменения функции $\varphi(x, y, z) = x\sin z - y\cos z$ в начале координат?

18) $z = \arcsin\dfrac{x}{x+y}$. Найти угол между градиентами этой функции в точках (1; 1) и (3; 4).

19) Найти точку, в которой градиент функции $z = \ln\left(x + \dfrac{1}{y}\right)$ равен $\bar{i} - \dfrac{16}{9}\bar{j}$.

20) Найти точки, в которых модуль градиента функции $z = \left(x^2 + y^2\right)^{3/2}$ равен 2.

21) Найти производную функции $z = x^2y^2 - xy^3 - 3y - 1$ в точке (2; 1) в направлении, идущем от этой точки к началу координат.

22) Найти производную функции $z = \ln\left(e^x + e^y\right)$ в начале координат в направлении луча, образующего угол $\dfrac{\pi}{4}$ с осью абсцисс.

23) Найти производную функции $\omega = xyz$ в точке A(5; 1; 2) в направлении, идущем от этой точки к точке B(9; 4; 14).

24) Найти производную функции $u = x^2y^2z^2$ в точке A(-1; -1; 3) в направлении, идущем от этой точки к точке B(0; 1; 1).

25) По какому направлению должна двигаться точка M(x, y, z) при переходе через точку M_o(-1; 1; -1), чтобы функция $u = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{z} + \dfrac{z}{x}$ возрастала с наибольшей скоростью?

26) С какой наибольшей скоростью может убывать функция $u = \ln\left(x^2 - y^2 + z^2\right)$ при переходе точки M(x, y, z) через точку M_o(1; 1; 1)?

27) Найти направляющие косинусы градиента функции $z = \frac{x + y}{x^2 + y^2}$ в точке A(1; -2).

28) Найти точки, в которых градиент функции $z = x^3 y - y^3 x$ перпендикулярен координатным осям, нанести их на координатную плоскость xOy.

29) Найти угол между градиентами функций $u = z^3 x + \frac{1}{y}$, $v = \frac{1}{2} x^2 + e^{xyz}$ в точке M(-1; 1; 1).

30) Построить линии уровня функции $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 4x}$, найти $\overline{\text{grad}}\ z$ в точке A(0; 1).

Задание 8

Экспериментально получены n значений функции y = f(x) при n значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию вида y = f(x). Сделать чертёж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экспериментальные точки и график функции y = ax + b.

1)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	3,1	3,8	5,2	6,1	6,9	8,2	9,1

2)

x	1	2	3	4	5	6
y	1,6	2,1	2,6	2,8	3,7	4,1

3)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	1,1	1,6	1,9	2,7	2,9	3,3	4,5

4)

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
y	4,3	5,3	3,8	1,8	2,3

5)

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
y	4,5	5,5	4,0	2,0	2,5

6)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	2,2	2,8	4,5	5,6	5,8	6,9	8,2

7)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	0,2	1,2	2,3	2,9	4,2	5,3	5,8

8)

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
y	3,1	4,9	7,3	8,8	11,3	12,4

9)

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
y	2,2	3,8	6,2	7,7	10,2	11,3

10)

x	1	2	3	4	5	6
y	3,1	3,6	3,9	4,7	4,9	5,3

11)

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
y	5,7	6,7	5,2	3,2	3,7

12)

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
y	5,9	6,9	5,4	3,4	3,9

13)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	1,9	2,6	4,0	4,9	6,0	7,0	7,4

14)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	1,2	1,8	3,5	4,6	4,8	5,9	7,2

15)

x	1	2	3	4	5	6
y	1,6	1,8	1,9	2,3	2,5	2,7

16)

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
y	1,7	2,0	2,6	2,7	3,6	4,0

17)

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
y	4,7	5,7	4,2	2,2	2,7

18)

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
y	4,9	5,9	4,4	2,4	2,9

19)

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
y	5,1	6,1	4,6	2,6	3,1

20)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	2,1	2,6	2,9	3,7	3,9	4,3	5,5

21)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	2,1	2,7	4,4	5,5	5,7	6,8	8,1

22)

x	1	2	3	4	5	6
y	0,3	1,3	2,4	3,0	4,3	5,4

23)

x	1	2	3	4	5	6
y	3,0	4,8	7,2	8,7	11,2	12,3

24)

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
y	3,9	4,9	3,4	1,4	1,9

25)

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
y	1,6	2,1	2,4	2,7	3,7	4,2

26)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	1,3	1,8	2,1	2,9	3,1	3,5	4,7

27)

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
y	5,2	6,2	4,7	2,7	3,2

28)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	0,1	0,9	2,0	2,6	3,9	5,0	5,5

29)

x	1	2	3	4	5	6
y	3,3	4,7	7,2	8,6	11,2	12,5

30)

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
y	5,5	6,5	5,0	3,0	3,5

ЧАСТЬ 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Задание 1

Найти решение задачи Коши.

1. $x^2 \cdot (2y-1) = (x^3+1) \cdot y'$; $y = (0) = 1$

2. $e^x \cdot \sqrt{y^2+1} = e^x \cdot y \cdot y' + y \cdot y'$; $y(0) = 0$

3. $y' \cdot 2^x \cdot (1-y)^2 = 3 \cdot 2^x \cdot y\sqrt{y} - 2 \cdot 3^x \cdot y\sqrt{y}$; $y(0) = 1$

4. $x^3 \cdot y' \cdot \ln y + x^3 \cdot y' = \sqrt{x} - x^3 \cdot e^x + x^2$; $y(1) = 1$

5. $y' \cdot y \cdot e^{y^2} - x - e^{\sin x} \cdot \cos x = 0$; $y(0) = 0$

6. $\dfrac{x^2-1}{x^2+1} \cdot \sqrt{1-y^2 = 2y \cdot y' - y' \cdot \sqrt{\arcsin y}}$; $y(0) = 0$

7. $y' \cdot x^2 + 2y' \cdot x + 3y' = \sqrt{4y-3-y^2}$; $y(-1) = 2$

8. $x \cdot e^y + 2 \cdot e^y = y' \cdot 2x \cdot e^{2y} - y' \cdot 2x - y' \cdot e^{2y} + y'$; $y(0) = 0$

9. $y' \cdot x \cdot \cos y = e^{-\sin y} \cdot \ln x$; $y(1) = 0$

10. $\sin^2 x \cdot tgy \cdot y' - 1 = \cos^2 x(1 - y' \cdot tgy)$; $y(0) = 0$

11. $\dfrac{2x}{\cos^3 y} = y' \cdot \sin 2y \cdot \sqrt{1+x^2}$; $y(0) = 0$

12. $\dfrac{\sqrt{1-e^x} \cdot e^x}{\cos y^2} = y \cdot y'$; $y(0) = 0$

13. $y' \cdot \sqrt{x} = \cos\sqrt{x} - y^2 \cdot \cos\sqrt{x}$; $y(0) = 0$

14. $\ln \sqrt[y]{x} = xy' - xy' \cdot \ln^2 x$; $y(1) = 1$

15. $y' \cdot \ln \sqrt[x]{y} = e^x + x$; $y(0) = 1$

16. $3 + x = xy' \cdot \ln y + xy' \cdot y^2$; $y(1) = 1$

17. $\ln(x^2+1) = y' \cdot e^y + y' \cdot e^{-\frac{y}{x}} + y \cdot y'$; $y(0) = 0$

18. $e^y \cdot \arcsin x + e^y = y \cdot \sqrt{x+1} \cdot y$; $y(0) = 0$

19. $y' \cdot x^3 \cdot y^3 + y' \cdot x^3 \cdot \ln y + y' \cdot x^3 \cdot 2 = \lg x$; $y(1) = 1$

20. $y' \cdot \sqrt{(1-9x^2)(y+7)} - x = (\arccos 3x)^2$; $y(0) = 0$

21. $\frac{y'}{y}-\frac{(e^x+1)^3}{y-1}=0$; $y(0)=2$

22. $2^x\cdot\sqrt{1-9y}-3^y\cdot\sqrt{1-4^x}\cdot y'=0$; $y(0)=0$

23. $y'+y'\cdot\cos x=\sin y-\sin y\cdot\cos x$; $y(0)=2$

24. $\frac{y'}{\sqrt{1-25y^2}}-\frac{y'}{y}-\cos x\cdot\sin 3x=0$; $y(0)=\frac{\pi}{5}$

25. $(3+e^x)\cdot y\cdot y'=e^x$; $y(0)=0$

26. $e^{x+y}+e^x-4y'\cdot e^y=e^{2x+y}\cdot y'$; $y(0)=0$

27. $arctgx\cdot(y^2+3y)=10\cdot arctgx+\frac{y'}{x}$; $y(0)=2$

28. $\sqrt{1-x^2}\cdot y'+xy^2+x=0$; $y(0)=0$

29. $x\cdot\sqrt{y^2+4y+3}-2y'=y'\cdot x^2\cdot(x^2-3)$; $y(1)=-1$

30. $x\cdot\sin(x+y)-y'\cdot\sin y=x\cdot\cos x\cdot\sin y+y'\cdot\cos^3 y$; $y(0)=0$

Задание 2

Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

1. $4xdx-3y\cdot dy=3x^2ydy-2xy^2dx$

2. $x\cdot\sqrt{1+y^2}+y\cdot y'\cdot\sqrt{1+x^2}=0$

3. $\sqrt{4+y^2}dx-ydy=x^2\cdot ydy$

4. $\sqrt{3+y^2}\cdot dx-ydy=x^2ydy$

5. $6x\cdot dx-6y\cdot dy=2x^2ydy-3xy^2dx$

6. $x\cdot\sqrt{3+y^2}dx+y\sqrt{2+x^2}\cdot dy=0$

7. $(e^{2x}+5)\cdot dy+y\cdot e^{2x}\cdot dx=0$

8. $y'\cdot y\cdot\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}}+1=0$

9. $6xdx-6ydy=3x^2ydy-2xy^2dx$

10. $x\cdot\sqrt{5+y^2}dx+y\cdot\sqrt{4+x^2}dy=0$

11. $y\cdot(4+e^x)dy-e^x\cdot dx=0$

12. $\sqrt{4-x^2}\cdot y'+xy^2+x=0$

13. $2x\cdot dx-2ydy=x^2\cdot ydy-2xy^2dx$

14. $x\cdot\sqrt{4+y^2}dx+y\cdot\sqrt{1+x^2}dy=0$

15. $(e^x+8)dy-y\cdot e^x\cdot dx=0$

16. $\sqrt{5+y^2}+y\cdot y'\cdot\sqrt{1-x^2}=0$

17. $6xdx-ydy=yx^2dy-3xy^2dx$

18. $y\cdot\ln y+xy'=0$

19. $(1+e^x)\cdot y'=y\cdot e^x$

20. $\sqrt{1-x^2}\cdot y'+xy^2+x=0$

21. $6x\cdot dx-2ydy=2yx^2dy-3xy^2dx$

22. $y(1+\ln y)+xy'=0$

23. $(3+e^x)y\cdot y'=e^x$

24. $\sqrt{3+y^2}+\sqrt{1-x^2}\cdot y\cdot y'=0$

25. $xdx-ydy=yx^2dx-xy^2dx$

26. $\sqrt{5+y^2}dx+4(x^2y+y)dy=0$

27. $(1+e^x)y\cdot y'=e^x$

28. $3(x^2y+y)dy+\sqrt{2+y^2}dx=0$

29. $2xdx-ydy=y\cdot x^2dy-xy^2dx$

30. $2x+2xy^2+\sqrt{2-x^2}\cdot y'=0$

Задание 3

Найти решение задачи Коши:

1. $(x^2+2y^2)dx-x^2dy=0$, $\quad y(1)=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

2. $(y^2-2xy)dx+x^2dy=0$, $\quad y(1)=0$

3. $y^2+x^2\cdot y'=xy\cdot y'$, $\quad y(1)=1$

4. $xy' - y = x \cdot tg\frac{y}{x}$, $y(1) = \frac{\pi}{6}$

5. $xy' - y = (x+y) \cdot \ln\frac{x+y}{x}$, $y(1) = 0$

6. $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$, $y(1) = 0$

7. $(x - y \cdot \cos\frac{y}{x})dx + x \cdot \cos\frac{y}{x}dy = 0$, $y(1) = 0$

8. $(3x^2 + 2xy - y^2)dx + (x^2 - 2xy - 3y^2)dy = 0$, $y(1) = 1$

9. $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$, $y(1) = 0$

10. $(x \cdot \cos\frac{y}{x} + y \cdot \sin\frac{y}{x})ydx = (y \cdot \sin\frac{y}{x} - x \cdot \cos\frac{y}{x})xdy$, $y(1) = 1$

11. $xdy = (y + \sqrt{x^2 + y^2})dx$, $y(1) = 0$

12. $xydy = \left[(x+y)^2 \cdot e^{\frac{-y}{x}} + y^2\right]dx$, $y(1) = 0$

13. $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$, $y(1) = 1$

14. $y(y - xy') = \sqrt{x^4 + y^4}$, $y(1) = 0$

15. $x^2(dy - dx) = (x+y) \cdot ydx$, $y(1) = 0$

16. $y' \cdot \sqrt{x} = \sqrt{y - x} + \sqrt{x}$, $y(1) = 1$

17. $xy' \cdot (\ln y - \ln x) = y$, $y(1) = 1$

18. $(xy \cdot e^{\frac{x}{y}} + y^2)dx = x^2 \cdot e^{\frac{x}{y}}dy$, $y(1) = 1$

19. $xy' = y \cdot (1 + \ln\frac{y}{x})$, $y(1) = 1$

20. $\frac{y - xy'}{x + y \cdot y'} = 2$, $y(1) = 0$

21. $(2x^2 - y^2)dx = y^2dy$, $y(1) = 0$

22. $x^2 \cdot dy - (x^2 + 2xy)dx = 0$, $y(1) = 0$

23. $(2y - \sqrt{xy})dx = xdy$, $y(1) = 0$

24. $x \cdot \sin\frac{y}{x}dy = (y \cdot \sin\frac{y}{x} - x)dx$, $y(1) = 0$

25. $xdy = (2y - \sqrt{x^2 + y^2})dx$, $y(1) = 0$

26. $y'\cdot\sqrt{x} = \sqrt{y+x} - \sqrt{x}$, $\quad y(1) = 0$

27. $xy' - y = x \cdot e^{\frac{y}{x}}$, $\quad y(1) = 0$

28. $(y - 3\sqrt{xy})dx = xdy$, $\quad y(1) = 0$

29. $xy' = y + \dfrac{x}{\ln\frac{y}{x}}$, $\quad y(1) = 1$

30. $y'\cdot\sqrt{x} = \sqrt{y-3x} + 3\sqrt{x}$, $\quad y(1) = 4$

Задание 4

Найти общий интеграл уравнения:

1. $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 4\dfrac{y}{x} + 2$

2. $xy' = \dfrac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}$

3. $y' = \dfrac{x+y}{x-y}$

4. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$

5. $2y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 6\dfrac{y}{x} + 3$

6. $xy' = \dfrac{3y^3 + 4yx^2}{2y^2 + 2x^2}$

7. $y' = \dfrac{x+2y}{2x-y}$

8. $xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y$

9. $3y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 8\dfrac{y}{x} + 4$

10. $xy' = \dfrac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}$

11. $y' = \dfrac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}$

12. $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$

13. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 6$

14. $xy' = \frac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2}$

15. $y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy}$

16. $xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y$

17. $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8$

18. $xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2}$

19. $y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}$

20. $xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y$

21. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 12$

22. $xy' = \frac{3y^3 + 12yx^2}{2y^2 + 6x^2}$

23. $y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy}$

24. $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y$

25. $4y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 5$

26. $xy' = \frac{3y^3 + 14yx^2}{2y^2 + 7x^2}$

27. $y' = \frac{x^2 + xy - 5y^2}{x^2 - 6xy}$

28. $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$

29. $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 10$

30. $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y$

Задание 5

Найти решение задачи Коши.

1. $y' - \frac{y}{x} = x^2; \qquad y(1) = 0$

2. $y' - y ctgx = 2x \cdot \sin x, \qquad y(\frac{\pi}{2}) = 0$

3. $y' + y\cos x = \frac{1}{2}\sin 2x, \qquad y(0) = 0$

4. $y' + ytgx = \cos^2 x, \qquad y(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$

5. $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x; \qquad y(-1) = \frac{3}{2}$

6. $y' - \frac{y}{x+1} = e^x \cdot (x+1), \qquad y(0) = 1$

7. $y' - \frac{y}{x} = x\sin x; \qquad y(\frac{\pi}{2}) = 1$

8. $y' + \frac{y}{x} = \sin x, \qquad y(\pi) = \frac{1}{\pi}$

9. $y' + \frac{y}{2x} = x^2, \qquad y(1) = 1$

10. $y' + \frac{2x}{1+x^2} \cdot y = \frac{2x^2}{1+x^2}; \qquad y(0) = \frac{2}{3}$

11. $y' - \frac{2x-5}{x^2} y = 5, \qquad y(2) = 4$

12. $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} \cdot e^x, \qquad y(1) = e$

13. $y' - \frac{y}{x} = -2 \cdot \frac{\ln x}{x}, \qquad y(1) = 1$

14. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, \qquad y(1) = 4$

15. $y' + \frac{2}{x} y = x^3, \qquad y(1) = -\frac{5}{6}$

16. $y' + \frac{y}{x} = 3x, \qquad y(1) = 1$

17. $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1 + x^2, \qquad y(1) = 3$

18. $y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 1, \qquad y(1) = 1$

19. $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, \qquad y(1) = 1$

20. $y' + 2xy = -2x^3, \qquad y(1) = \frac{1}{e}$

21. $y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}, \qquad y(0) = \frac{2}{3}$

22. $y' + xy = -x^3, \qquad y(0) = 3$

23. $y' - \frac{2}{x+1} y = e^x \cdot (x+1)^2, \qquad y(0) = 1$

24. $y' + 2xy = x \cdot e^{-x^2} \cdot \sin x, \qquad y(0) = 1$

25. $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3, \qquad y(0) = \frac{1}{2}$

26. $y' - y\cos x = -\sin 2x, \qquad y(0) = 3$

27. $y' - 2xy = -4x^3, \qquad y(0) = -\frac{1}{2}$

28. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}, \qquad y(1) = 1$

29. $y' - 3x^2 y = \frac{x^2 \cdot (1+x^3)}{3}, \qquad y(0) = 0$

30. $y' - y\cos x = \sin 2x, \qquad y(0) = -1$

Задание 6

Найти общее решение уравнения

1. $xy' = 2y + 2x^4$

2. $(2x+1)y' = 4x + 2y$

3. $(xy + e^x)dx = xdy$

4. $x^2 y' + xy + 1 = 0$

5. $y + x(y' - x\cos x)$

6. $2x(x^2 + y)dx = dy$

7. $(xy' - 1)\ln x = 2y$

8. $xy' + (x+1)y = 3x^2 \cdot e^{-x}$

9. $(x + y^2)dy = ydx$

10. $(2e^y - x)y' = 1$

11. $(2x + y)dy = ydx + 4\ln ydy$

12. $(\sin^2 y + xctgy)dy = dx$

13. $xy' + x^2 + xy - y = 0$

14. $y + y' \cdot \ln^2 y = (x + 2\ln y) \cdot y'$

15. $x(x-1)y' + 2xy = 1$

16. $x(x+1)(y' - 1) = y$

17. $(2xe^y + y^4)y' = ye^y$

18. $3x^2 - y = y' \cdot \sqrt{x^2 + 1}$

19. $y' = \dfrac{1}{x - y^2}$

20. $2(x - y^2)dy = ydx$

21. $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$

22. $y' + 2xy = 2x \cdot e^{-x^2}$

23. $y' + \dfrac{3}{x}y = \dfrac{2}{x^3}$

24. $y' = \dfrac{1}{2x + y^2}$

25. $(1 - x^2)y' - xy = 1$

26. $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x$

27. $xy' + y - 3 = 0$

28. $y' - 3x^2 y - x^2 = 0$

29. $y' \cdot \cos x = y \sin x + \cos x$

30. $dx = (e^y - 3x)dy$

Задание 7

Решить задачу Коши.

1. $y^2dx+(x+e^{2/y})dy=0$, $y(e)=2$
2. $(y^4\cdot e^y+2x)y'=y$, $y(0)=1$
3. $y^2dx+(xy-1)dy=0$, $y(1)=e$
4. $2(4y^2+4y-x)y'=1$, $y(0)=0$
5. $(\cos 2y\cdot\cos^2 y-x)y'=\sin y\cdot\cos y$, $y(\frac{1}{4})=\frac{\pi}{3}$
6. $(x\cdot\cos^2 y-y^2)y'=y\cos^2 y$, $y(\pi)=\frac{\pi}{4}$
7. $e^{y^2}\cdot(dx-2xydy)=ydy$, $y(0)=0$
8. $(104y^3-x)y'=4y$, $y(8)=1$
9. $dx+(xy-y^3)dy=0$, $y(-1)=0$
10. $(3y\cos 2y-2y^2\sin 2y-2x)y'=y$, $y(16)=\frac{\pi}{4}$
11. $8(4y^3+xy-y)y'=1$, $y(0)=0$
12. $(2\ln y-\ln^2 y)dy=ydx-xdy$, $y(4)=e^2$
13. $2(x+y^4)y'=y$, $y(-2)=-1$
14. $y^3\cdot(y-1)dx+3xy^2(y-1)dy=(y+2)dy$, $y(\frac{1}{4})=2$
15. $2y^2dx+(x+e^{\frac{1}{y}})dy=0$, $y(e)=1$
16. $(xy+\sqrt{y})dy+y^2dx=0$, $y(-\frac{1}{2})=4$
17. $\sin 2ydx=(\sin^2 2y-2\sin^2 y+2x)dy$, $y(-\frac{1}{2})=\frac{\pi}{4}$
18. $(y^2+2y-x)y'=1$, $y(2)=0$
19. $2y\sqrt{ydx}-(6x\sqrt{y}+7)dy=0$, $y(-4)=1$
20. $dx=(\sin y+3\cos y+3x)dy$, $y(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{2}$
21. $2(\cos^2 y\cdot\cos 2y-x)y'=\sin 2y$, $y(\frac{3}{2})=\frac{5\pi}{4}$

22. $chy \cdot dx = (1 + x \cdot shy)dy$, $y(1) = \ln 2$

23. $(13y^3 - x)y' = 4y$, $y(5) = 1$

24. $y^2(y^2 + 4)dx + 2xy(y^2 + 4)dy = 2dy$, $y(\frac{\pi}{8}) = 2$

25. $(x + \ln^2 y - \ln y)y' = \frac{y}{2}$, $y(2) = 1$

26. $(2xy + \sqrt{y})dy + 2y^2dx = 0$, $y(-\frac{1}{2}) = 1$

27. $ydx + (2x - 2\sin^2 y - y\sin 2y)dy = 0$, $y(\frac{3}{2}) = \frac{\pi}{4}$

28. $2(y^3 - y + xy)dy = dx$, $y(-2) = 0$

29. $(2y + xtgy - y^2tgy)dy = dx$, $y(0) = \pi$

30. $4y^2dx + (e^{\frac{1}{2y}} + x)dy$, $y(e) = \frac{1}{2}$

Задание 8

Найти решение задачи Коши.

1. $y' + xy = (1 + x) \cdot e^{-x} \cdot y^2$, $y(0) = 1$

2. $xy' + y = 2y^2 \cdot \ln x$, $y(1) = \frac{1}{2}$

3. $2(xy' + y) = xy^2$, $y(1) = 2$

4. $y' + 4x^3 \cdot y = 4(x^3 + 1) \cdot e^{-4x} \cdot y^2$, $y(0) = 1$

5. $xy' - y = -y^2 \cdot (\ln x + 2) \cdot \ln x$, $y(1) = 1$

6. $2(y' + xy) = (1 + x) \cdot e^{-x} \cdot y^2$, $y(0) = 2$

7. $3(xy' + y) = y^2 \cdot \ln x$, $y(1) = 3$

8. $2y' + y\cos x = y^{-1} \cdot \cos x \cdot (1 + \sin x)$, $y(0) = 1$

9. $y' + 4x^3 \cdot y = 4y^2 \cdot e^{4x} \cdot (1 - x^3)$, $y(0) = -1$

10. $3y' + 2xy = 2xy^{-2} \cdot e^{-2x^2}$, $y(0) = -1$

11. $2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3$, $y(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

12. $3xy'+5y=(4x-5)y^4, \quad y(1)=1$

13. $2y'+3y\cos x=e^{2x}\cdot(2+3\cos x)\cdot\dfrac{1}{y}, \quad y(0)=1$

14. $3(xy'+y)=xy^2, \quad y(1)=3$

15. $y'-y=2xy^2, \quad y(0)=\dfrac{1}{2}$

16. $2xy'-3y=-(20x^2+12)y^3, \quad y(1)=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

17. $y'+2xy=2x^3y^3, \quad y(0)=\sqrt{2}$

18. $xy'+y=y^2\cdot\ln x, \quad y(1)=1$

19. $2y'+3y\cos x=(8+12\cos x)\cdot e^{2x}\cdot\dfrac{1}{y}, \quad y(0)=2$

20. $4y'+x^3y=(x^3+8)\cdot e^{-2x}\cdot y^2, \quad y(0)=1$

21. $8xy'-12y=-(5x^2+3)y^3, \quad y(1)=\sqrt{2}$

22. $2(y'+y)=xy^2, \quad y(0)=2$

23. $y'+xy=(x-1)\cdot e^x\cdot y^2, \quad y(0)=1$

24. $2y'-3y\cos x=-e^{-2x}\cdot(2+3\cos x)\cdot\dfrac{1}{y}, \quad y(0)=1$

25. $y'-y=xy^2, \quad y(0)=1$

26. $2(xy'+y)=y^2\cdot\ln x, \quad y(1)=2$

27. $y'+y=xy^2, \quad y(0)=1$

28. $y'+2ycthx=y^2\cdot chx, \quad y(1)=\dfrac{1}{sh1}$

29. $2(y'+xy)=(x-1)e^x\cdot y^2, \quad y(0)=2$

30. $y'-ytgx=-\dfrac{2}{3}\cdot y^4\cdot\sin x, \quad y(0)=1$

Задание 9

Найти решение задачи Коши.

1. $x^2\cdot y''=(y')^2, \quad y(1)=-\ln 2, \quad y'(1)=0{,}5$

2. $y''\cdot(e^x+1)+y'=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=2$

3. $2xy'\cdot y''=(y')^2-1$, $y(1)=\dfrac{16}{3}$, $y'(1)=2$

4. $(1+x^2)y''+(y')^2+1=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=0$

5. $xy''=y'\cdot\ln(\dfrac{y'}{x})$, $y(1)=0$, $y'(1)=e^2$

6. $x^3\cdot y''+x^2\cdot y'=1$, $y(1)=1$, $y'(1)=0$

7. $y''+y'tgx=\sin 2x$, $y(0)=0$, $y'(0)=-2$

8. $y''\cdot x\cdot\ln x=y'$, $y(2)=-2$, $y'(2)=\ln 2$

9. $2xy''=y'$, $y(0)=0$, $y'(0)=0$

10. $y''\cdot tgx=y'+1$, $y(\dfrac{\pi}{2})=0$, $y'(\dfrac{\pi}{2})=0$

11. $y''-2y'\cdot ctgx=\sin^3 x$, $y(\dfrac{\pi}{2})=0$, $y'(\dfrac{\pi}{2})=0$

12. $xy''+2y'=x^3$, $y(1)=0$, $y'(1)=0{,}2$

13. $y''+\dfrac{1}{x}y'=x^5$, $y(1)=\dfrac{1}{49}$, $y'(1)=\dfrac{1}{7}$

14. $y''-2y'tgx=\sin x$, $y(0)=0$, $y'(0)=-\dfrac{1}{3}$

15. $y''+2x(y')^2=0$, $y(1)=0$, $y'(1)=1$

16. $xy''=y'\cdot(1+2x^2)$, $y(1)=0{,}5e$, $y'(1)=e$

17. $xy''=y'+x^2$, $y(1)=\dfrac{5}{6}$, $y'(1)=2$

18. $x(y''+1)=2y'$, $y(1)=1$, $y'(1)=0$

19. $x^3\cdot y''+x^2y'=1$, $y(1)=1$, $y'(1)=1$

20. $xy''-y'=x^2\cdot\sin x$, $y(\dfrac{\pi}{2})=0$, $y'(\dfrac{\pi}{2})=0$

21. $(1-x^2)y''=xy'$, $y(0)=0$, $y'(0)=2$

22. $y''(x^2+1)=2xy'$, $y(0)=0$, $y'(0)=1$

23. $xy''+x(y')^2-y'=0$, $y(1)=\ln 2$, $y'(1)=1$

24. $xy''-y'=x^2\cdot e^x$, $y(0)=-1$, $y'(0)=0$

25. $y''\cdot x\cdot\ln x = y'$, $y(e) = e-1$, $y'(e) = 1$

26. $2xy'' = y'$, $y(9) = 8$, $y'(9) = 3$

27. $y''\cdot(x^2+1) = 2xy'$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$

28. $xy'' = (1+2x^2)y'$, $y(1) = \sqrt{e+1}$, $y'(1) = \sqrt{e}$

29. $y''\cdot\cos x + y'\cdot\sin x = 0$, $y(0) = -\frac{1}{4}$, $y'(0) = 2$

30. $xy'' = 2y' + 2x^4$, $y(1) = \frac{1}{5}$, $y(1) = 4$

Задание 10

Найти общее решение уравнения:

1. $y''=y'\cdot tgx=sinx\cdot cosx$
2. $xy'' - y' = x^2e^x$
3. $x(y''+1)+y'=0$
4. $y''-y'-x^2=0$
5. $x^2y''+xy'=1$
6. $xy''+2x^4+2y'=0$
7. $y''-\frac{2y'}{x+1}=(x+1)^3$
8. $(x-x^3)y''+(3x^2-1)y'-x^3=0$
9. $y''+y'ctgx=sinx$
10. $y''-2\frac{y'}{x}=\frac{x+1}{x}$
11. $y''-\frac{3y\prime}{x}=x$
12. $x+2y'-xy''=0$
13. $y'+\sqrt{x^2+(y')^2}-xy''=0$
14. $xy''+y'=lnx+1$
15. $xy''=lnx+1$
16. $xy''=y'\left(1+ln\frac{y'}{x}\right)$
17. $y''+y'tgx=cosx$

18. $xy'' - y' - \sqrt{xy'} = 0$

19. $y'' = \frac{y'}{x} + sin\frac{y'}{x}$

20. $xy'' - y' = x \cdot tg\frac{y'}{x}$

21. $x^2 + (y')^2 - 2xy'y'' = 0$

22. $xy'' + y' = 4x^3$

23. $y' - xy' = y'ln\frac{x}{y'}$

24. $xy'' - y' = x^2 \cdot cosx$

25. $y'' - y' = e^x$

26. $y'' + y' = x\sqrt{y}$

27. $y'' + y'cosx = sin2x$

28. $tgx \cdot y'' - y' + \frac{1}{sinx} = 0$

29. $(1 + x^2)y'' + 2xy' = x^3$

30. $x^2y'' + xy' = 1$

Задание 11

Найти решение задачи Коши.

1. $4y^3y'' = y^4 - 1;\ y(0) = \sqrt{2},\ y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$
2. $y'' - 128y^3,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 8$
3. $y'' \cdot y^3 + 64 = 0, y(0) = 4,\ y'(0) = 2$
4. $y'' + 2siny \cdot cos^3y = 0, y(0) = 0,\ y'(0) = 1$
5. $y'' = 32sin^3ycosy,\ y(1) = \frac{\pi}{2},\ y'(1) = 4$
6. $y'' = 98y^3,\ y(1) = 1,\ y'(1) = 7$
7. $y''y^3 + 49 = 0,\ y(3) = -7,\ y'(3) = -1$
8. $4y^3y'' = 16y^4 - 1,\ y(0) = \frac{\sqrt{2}}{2},\ y'(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
9. $y'' + 8sinycos^3y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 2$
10. $y'' = 72y^3,\ y(2) = 1,\ y'(2) = 6$

11. $y'' \cdot y^3 + 36 = 0,\ y(0) = 3,\ y'(0) = 2$

12. $y'' = 18sin^3ycosy,\ y(1) = \frac{\pi}{2},\ y'(1) = 3$

13. $4y^3y'' = y^4 - 16,\ y(0) = 2\sqrt{2},\ y'(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

14. $y'' = 50y^3,\ y(3) = 1,\ y'(3) = 5$

15. $y''y^3 + 25 = 0,\ y(2) = -5,\ y'(2) = -1$

16. $y''18sinycos^3y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 3$

17. $y'' = 8sin^3ycosy,\ y(1) = \frac{\pi}{2},\ y'(1) = 2$

18. $y'' = 32y^3,\ y(4) = 1,\ y'(4) = 4$

19. $y''y^3 + 16 = 0,\ y(1) = 2,\ y'(1) = 2$

20. $y'' + 32sinycos^3y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 4$

21. $y'' = 50sin^3cosy,\ y(1) = \frac{\pi}{2},\ y'(1) = 5$

22. $y'' = 18y^3,\ y(1) = 1,\ y'(1) = 3$

23. $y''y^3 + 9 = 0,\ y(1) = 1,\ y'(1) = 3$

24. $y^3y'' = 4(y^4 - 1),\ y(0) = \sqrt{2},\ y'(0) = \sqrt{2}$

25. $y'' + 50sinycos^3y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 5$

26. $y'' = 8y^3,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 2$

27. $y''y^3 + 4 = 0,\ y(0) = -1,\ y'(0) = -2$

28. $y'' = 2sin^3cosy,\ y(1) = \frac{\pi}{2},\ y'(1) = 1$

29. $y^3y'' = y^4 - 16,\ y(0) = 2\sqrt{2},\ y'(0) = \sqrt{2}$

30. $y^3y'' = 4(y^4 - 1),\ y(0) = \sqrt{2},\ y'(0) = \sqrt{2}$

Задние 12

Найти общий интеграл уравнения

1. $yy'' = y^2y' + (y')^2$
2. $y'' = (y')^2 + y'(y - 1) = 0$
3. $yy' + (y')^2 + yy'' = 0$
4. $y''tgy = (y')^2$

5. $y'' + \frac{1}{y^2} \cdot e^{y^2} \cdot y' - 2y(y')^2 = 0$

6. $y'' = \sqrt{1 - (y')^2}$

7. $y'' - (y')^2 = 2y' \cdot e^y$

8. $yy'' = (y')^3 - (y')^2$

9. $yy'' = (y')^2$

10. $y'' - \frac{3(y')^2}{y} = 3\frac{y'}{y}$

11. $3(y')^2 = 4yy'' + y^2$

12. $2y(y')^3 + y'' = 0$

13. $1 + (y')^2 = 2yy''$

14. $yy'' - 2yy' lny = (y')^2$

15. $yy'' - 3(y')^2 = -2yy''$

16. $y'' cosy + (y')^2 siny = y' siny$

17. $y'' + (y')^2 = y'$

18. $yy'' - (y')^2 = y^2 y'$

19. $2yy'' - 3(y')^2 = -4y^2$

20. $(y - 2)y'' = 2(y')^2$

21. $2yy'' + y^2 - (y')^2 = 0$

22. $yy'' - y'\left(2\sqrt{yy'} - y'\right)$

23. $2yy'' = 3 + (y')^2$

24. $y'' = y'\left(\frac{y'}{y} - 2\sqrt{\frac{y'}{y} - 4}\right)$

25. $y'' = 3\sqrt{y + 1}$

26. $(y + 1)^2 y'' = (y')^3$

27. $y'' y + (y')^2 = -y^2 y'$

28. $y'(1 + (y')^2) = y''$

29. $y'' = 2e^y$

30. $(y' + 2y)y'' = (y')^2$

Задние 13

Найти решение задачи Коши

1. $y'' - 5y' + 6y = 2cosx,\ y(0) = 3,\ y'(0) = \frac{1}{2}$
2. $y'' - 2y' + 5y = x^2 + 1,\ y(0) = -3,\ y'(0) = -\frac{1}{5}$
3. $y'' - 4y' + 4y = -x^2 + 3x,\ y(0) = 3,\ y'(0) = \frac{4}{3}$
4. $y'' - 2y' + 10y = -sin2x,\ y(0) = 0,\ y'(0) = \frac{3}{4}$
5. $y'' - 4y' + 3y = e^{5x},\ y(0) = \ ,\ y'(0) = 9$
6. $y'' + 4y = sin2x + 1,\ y(0) = \frac{1}{4},\ y'(0) = 0$
7. $y'' + y' = e^{-x}, y(0) = 1, y'(0) = 1$
8. $y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 12x + 2,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 3$
9. $y'' + 9y = 36e^{3x},\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0$
10. $y'' + 2y' - 8y = 3sinx,\ y(0) = -1,\ y'(0) = -\frac{3}{2}$
11. $y'' + 6y' + 13y = 8e^{-x},\ y(0) = \frac{3}{2},\ y'(0) = 2$
12. $y'' - 4y' + 8y = 8x^2 + 4,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3$
13. $y'' + y' - 5y = 50cosx,\ y(0) = 3,\ y'(0) = 5$
14. $y'' + 2y' + 5y = 13e^{2x} + 1,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 4$
15. $y'' - 4y' + 5y = 10x,\ y(0) = 10,\ y'(0) = 6$
16. $y'' - 4y' + 4y = 3x - x^2,\ y(0) = 3,\ y'(0) = \frac{4}{3}$
17. $y'' - 6y' + 9y = 4e^{x},\ y(0) = 3,\ y'(0) = 8$
18. $y'' - 4y' + 4y = -169sin3x,\ y(0) = -12,\ y'(0) = 16$
19. $y'' + 2y' - 8y = 16x + 4,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 6$
20. $y'' - 4y' + 5y = 5x^2 - 4,\ y(0) = \frac{2}{25},\ y'(0) = \frac{3}{5}$
21. $y'' - 4y' + 5y = xe^{2x},\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$
22. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x},\ y(0) = 2,\ y'(0) = 8$
23. $y'' - 5y' + 6y = (12x - 7)e^{-x} + 1,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0$
24. $y'' - y' = 5x^2,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

25. $y'' + 5y' + 6y = 12cos2x - 8sin2x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 3$

26. $y'' + y = 2cosx,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$

27. $y'' + 6y' + 9y = 10sinx,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

28. $y'' + 4y = e^{-2x},\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

29. $y'' - 4y' + 5y = 2x^2e^x,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3$

30. $y'' + 6y' + 13y = 26x - 1,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$

Задание 14

Найти общее решение уравнения

1. $y'' - y' = 2x$
2. $y'' - 4y' + 3y = e^x$
3. $y'' + y = \frac{1}{2}sinx$
4. $y'' - 4y' + 13y = 5$
5. $y'' + \frac{1}{4}y = 10$
6. $y'' - 4y' + 4y = 12$
7. $y'' + \frac{1}{4}y' + \frac{1}{4}y = e^{\frac{x}{2}}$
8. $y'' + 4y' + 3y = e^{-x}$
9. $y'' + 2y' + y = e^x$
10. $y'' - 2y' - 3y = e^x$
11. $y'' - y' = x^3$
12. $y'' + 5y' + 6y = 10$
13. $y'' - 4y' + 3y = e^{2x}$
14. $y'' + \frac{1}{9}y = x$
15. $y'' + y = sin2x$
16. $y'' - 3y' - 4y = sinx$
17. $y'' + 4y' + 3y = cos2x$
18. $y'' - 3y' = sinx$
19. $y'' + y' = x^2$

20. $y'' + 4y = sin2x + cos2x$

21. $y'' + y' = e^{-x}$

22. $y'' - 2y' = 10$

23. $y'' - 2y' + y = xe^{x}$

24. $y'' - 5y' + 6y = e^{3x}$

25. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$

26. $y'' + 2y' + 5y = e^{x}$

27. $y'' + 4y' + 6y = x^{2}$

28. $y'' - 7y' + 6y = x^{3}$

29. $y'' + 5y' = sinx$

30. $y'' - 3y' = xe^{3x}$

Задание 15

Найти решение задачи Коши

1. $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{cos\pi x}, y(0) = 3, y'(0) = 0$

2. $y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1+e^{3x}}, y(0) = ln4, y'(0) = 3(1 - ln2)$

3. $y'' + 4y = 8ctg2x, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4$

4. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{1+e^{-2x}}, y(0) = 1 + 2ln2, y'(0) = 6ln2$

5. $y'' - 9y' + 18y = \frac{9e^{3x}}{1+e^{-3x}}, y(0) = 0, y'(0) = 0$

6. $y'' + y^2\pi = \frac{\pi^2}{sin\pi x}, y\left(\frac{1}{2}\right) = 1, y'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi^2}{2}$

7. $y'' + \frac{1}{\pi^2}y = \frac{1}{\pi^2 \cos(\frac{\pi}{x})}, y(0) = 2, y'(0) = 0$

8. $y'' - 3y' = \frac{9e^{-3x}}{3+e^{-3x}}, y(0) = 4ln4, y'(0) = 3(3ln4 - 1)$

9. $y'' + y = 4ctgx, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$

10. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{2+e^{-2x}}, y(0) = 1 + 3ln3, y'(0) = 10ln3$

11. $y'' + 6y' + 8y = \frac{4e^{-2x}}{2+e^{-2x}}, y(0) = 0, y'(0) = 0$

12. $y'' + 9y = \frac{9}{sin3x}, y\left(\frac{1}{6}\right) = 4, y'\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{3\pi}{2}$

13. $y'' + 9y = \frac{9}{cos3x}, y(0) = 1, y'(0) = 0$

14. $y'' - y' = \frac{e^{-x}}{2+e^{-x}}, y(0) = ln27, y'^{(0)} = ln9 - 1$

15. $y'' + 4y = 4ctg2x, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$

16. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3+e^{-x}}, y(0) = 1 + 8ln2, y'^{(0)} = 14ln2$

17. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1+e^{-2x}}, y(0) = 0, y'(0) = 0$

18. $y'' + 16y = \frac{16}{sin4x}, y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 3, y'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2\pi$

19. $y'' + 16y = \frac{16}{cos4x}, y(0) = 3, y'(0) = 0$

20. $y'' - 2y' = \frac{4e^{-2x}}{1+e^{-2x}}, y(0) = ln4, y'(0) = ln4 - 2$

21. $y'' + \frac{y}{4} = \frac{1}{4}ctg\frac{x}{2}, y(\pi) = 2,\ y'(\pi) = \frac{1}{2}$

22. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{2+e^{-x}}, y(0) = 1 + 3ln3, y'(0) = 5ln3$

23. $y'' + 3y' + 2y = \frac{e^{-x}}{2+e^{x}}, y(0) = 0, y'(0) = 0$

24. $y'' + 4y = \frac{4}{sin2x}, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \pi$

25. $y'' + 4y = \frac{4}{cos2x}, y(0) = 2, y'(0) = 0$

26. $y'' + y' = \frac{1}{2+e^{x}}, y(0) = ln27, y'(0) = 1 - ln9$

27. $y'' + y = 2ctgx, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,\ y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$

28. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{2+e^{x}}, y(0) = 1 + 2ln2, y'(0) = 3ln2$

29. $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{x}}{2+e^{x}}, y(0) = 0, y'(0) = 0$

30. $y'' + y = \frac{4}{sinx}, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$

Задание 16

Найти общее решение уравнения

1. $y'' - 4y' + 4y = x^2 \cdot lnx \cdot e^{2x}$

2. $y'' + 2y' + y = \frac{x \cdot e^{-x}}{x+1}$

3. $y'' + 4y' + 4y = tg^2 \cdot e^{-2x}$

4. $y'' - 2y' + y = \frac{x \cdot e^{x}}{\sqrt{1-x^2}}$

5. $y'' + 6y' + 9y = \sqrt{x+5} \cdot e^{-3x}$

6. $y'' - 2y' + y = \frac{e^{x}}{\sqrt{1+x}}$

7. $y'' + 4y' + 4y = \frac{lnx}{x} e^{-2x}$

8. $y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x+1}$

9. $y'' + 8y' + 16y = \frac{e^{-4x}}{\sqrt{1-x^2}}$

10. $y'' + y' + \frac{1}{4}y = \sqrt[3]{x+1} \cdot e^{-\frac{x}{2}}$

11. $y'' + 4y' + 4y = \sqrt{1-x^2} \cdot e^{-2x}$

12. $y'' + 2y' + y = arctgx \cdot e^{-x}$

13. $y'' + \frac{1}{4}y = \frac{1}{cos\frac{x}{2}}$

14. $y'' + 9y = \frac{1}{sin3x}$

15. $y'' + y = tgx$

16. $y'' + 4y = ctg2x$

17. $y'' + 2y = \frac{1}{sin^2\sqrt{2}x}$

18. $y'' + 16y = \frac{1}{cos^3 4x}$

19. $y'' + y = \frac{1}{cos^5 x}$

20. $y'' + 4y = \frac{1}{sin^5 2x}$

21. $y'' + 3y' + 2y = \frac{e^{-x}}{1+e^{2x}}$

22. $y'' - 7y' + 12y = e^{5x} sine^{x}$

23. $y'' - 5y' + 6y = e^{4x} tg^2 e^{x}$

24. $y'' - 3y' + 2y = e^{3x}\sqrt{1-e^{2x}}$

25. $y'' - 9y' + 2y = 0\frac{e^{6x}}{\sqrt{1+e^x}}$

26. $y'' - 5y' + 6y = e^{5x} arctg e^x$

27. $y'' - y' = \frac{1}{1+e^x}$

28. $y'' - 5y' + 6y = \frac{e^{4x}}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

29. $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{4x}}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

30. $y'' - 2y' + y = e^x ln x$

Задание 17

Решить задачу Коши.

1. $\begin{cases} x' = y \\ y' = x + t^2 \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 1 \\ y(0) = 2 \end{matrix}$

2. $\begin{cases} x' = y - 5\cos t \\ y' = 2x + y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{matrix}$

3. $\begin{cases} x' = 3x + 2y + 4e^{5t} \\ y' = x + 2y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = -1 \\ y(0) = 1 \end{matrix}$

4. $\begin{cases} x' = -x + 2y + 1 \\ y' = -2x + 3y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 3 \\ y(0) = -2 \end{matrix}$

5. $\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = x - 5\sin t \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{matrix}$

6. $\begin{cases} x' = 2x - y \\ y' = -2x + y + 18t \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 1 \\ y(0) = 2 \end{matrix}$

7. $\begin{cases} x' = 3x - 4y + e^{-2t} \\ y' = x - 2y - 3e^{-2t} \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = -3 \\ y(0) = 1 \end{matrix}$

8. $\begin{cases} x' = 2x - 3y \\ y' = x - 2y + 2\sin t \end{cases}$, $\quad x(0) = -2$, $y(0) = 1$

9. $\begin{cases} x' = x - y + 8t \\ y' = 5x - y \end{cases}$, $\quad x(0) = \dfrac{1}{2}$, $y(0) = 1$

10. $\begin{cases} x' = 5x - 3y \\ y' = x + y + 5e^{-t} \end{cases}$, $\quad x(0) = 0$, $y(0) = -1$

11. $\begin{cases} x' = 2x + 4y - 8 \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$, $\quad x(0) = 2$, $y(0) = -1$

12. $\begin{cases} x' = 4x - 3y + \sin t \\ y' = 2x - y - 2\cos t \end{cases}$, $\quad x(0) = 1$, $y(0) = 0$

13. $\begin{cases} x' = x + y + 1 \\ y' = 3x - y + 2t \end{cases}$, $\quad x(0) = -1$, $y(0) = -2$

14. $\begin{cases} x' = 2x + y + \cos t \\ y' = -x + 2\sin t \end{cases}$, $\quad x(0) = -3$, $y(0) = 1$

15. $\begin{cases} x' = 2x - y + 2e^{t} \\ y' = 3x - 2y + 4e^{t} \end{cases}$, $\quad x(0) = 2$, $y(0) = -1$

16. $\begin{cases} x' = x - 2y + 7 \\ y' = x - y + 4 \end{cases}$, $\quad x(0) = 1$, $y(0) = -4$

17. $\begin{cases} x' = 4x + 6y \\ y' = 2x + 3y + t \end{cases}$, $\quad x(0) = -\dfrac{1}{2}$, $y(0) = \dfrac{3}{2}$

18. $\begin{cases} x' = 4x + y - e^{2t} \\ y' = -2x + y \end{cases}$, $\quad x(0) = \dfrac{\pi}{6}$, $\quad y(0) = 0$

19. $\begin{cases} x' = y \\ y' = x + e^{-t} \end{cases}$, $\quad x(0) = -3$, $\quad y(0) = 2$

20. $\begin{cases} x' = -2y + 3t \\ y' = 2x + 4 \end{cases}$, $\quad x(0) = 1$, $\quad y(0) = -3$

21. $\begin{cases} x' = x + y - \cos 2t \\ y' = 3x - y + 3\sin 2t \end{cases}$, $\quad x(0) = 3$, $\quad y(0) = 2$

22. $\begin{cases} x' = -y + e^{3t} \\ y' = -x + 2e^{3t} \end{cases}$, $\quad x(0) = -1$, $\quad y(0) = -2$

23. $\begin{cases} x' = x + 4y - t^2 \\ y' = x - 2y + 1 \end{cases}$, $\quad x(0) = -\dfrac{1}{2}$, $\quad y(0) = \dfrac{1}{2}$

24. $\begin{cases} x' = -x + y + 2\sin t - 3\cos t \\ y' = -6x + 4y + 7\sin t - 20\cos t \end{cases}$, $\quad x(0) = 0$, $\quad y(0) = 1$

25. $\begin{cases} x' = x + 4y + 4e^{x} \\ y' = 2x + 3y + e^{t} \end{cases}$, $\quad x(0) = 3$, $\quad y(0) = -2$

26. $\begin{cases} x' = -3x + 2y + 2\cos t \\ y' = -3x + y \end{cases}$, $\quad x(0) = 2$, $\quad y(0) = 1$

27. $\begin{cases} x' = x + 2y - 2t \\ y' = 3x + 2y + \dfrac{1}{2} \end{cases}$, $\quad x(0) = -\dfrac{5}{6}$, $\quad y(0) = \dfrac{1}{6}$

28. $\begin{cases} x' = x + y + e^{3t} \\ y' = 12x + 2y + 9e^{3t} \end{cases}$, $\quad x(0) = 0$, $\quad y(0) = -1$

29. $\begin{cases} x' = -3x - y + 4t \\ y' = x - y - 4 \end{cases}$, $\quad x(0) = 0$, $\quad y(0) = 1$

30. $\begin{cases} x' = 3x + y + 2\sin t \\ y' = 8x + y - 8\sin t \end{cases}$, $\quad x(0) = -1$, $\quad y(0) = 3$

Задание 18

Найти общее решение системы:

1. $\begin{cases} x' = 3 - 2y + t^2 \\ y' = 2x - 2t \end{cases}$

2. $\begin{cases} x' = x + y + t \\ y' = -2x - 2y + 2t \end{cases}$

3. $\begin{cases} x' + y' = e^{-t} - y \\ 2x' + y' = \sin t - 2y \end{cases}$

4. $\begin{cases} x' + x = y + e^{t} \\ y' + y = x + e^{t} \end{cases}$

5. $\begin{cases} x' + y' = y + e^{t} \\ 2x' + y' + 2y = \cos t \end{cases}$

6. $\begin{cases} x'+4y+2x=4t+1 \\ y'+x-y=1{,}5t^2 \end{cases}$

7. $\begin{cases} x'=2x+3y+5e^t \\ y'=3x+2y+8e^t \end{cases}$

8. $\begin{cases} 4x'-y'+3x=\sin t \\ x'+y=\cos t \end{cases}$

9. $\begin{cases} x'+2x+2y=\sin t \\ y'-4x-2y=\cos t \end{cases}$

10. $\begin{cases} x'=3-2y \\ y'=2x-2t \end{cases}$

11. $\begin{cases} x'=x-2y+t \\ y'=x+3y \end{cases}$

12. $\begin{cases} x'=2x-9y \\ y'=x+8y+t^2 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x'=e^t-y-5x \\ y'=e^{2t}+x-3y \end{cases}$

14. $\begin{cases} x'=3x+8y+1-2t \\ y'=-3y-x \end{cases}$

15. $\begin{cases} x'=-4(x+y)+t \\ x'-4y'=-4x+t \end{cases}$

16. $\begin{cases} x' = x + 5y + t \\ y' = -3y - x + 1 \end{cases}$

17. $\begin{cases} x' = y + 2e^t + t \\ y' = x + t^2 \end{cases}$

18. $\begin{cases} x' = y + t^2 \\ x' - y = x + y \end{cases}$

19. $\begin{cases} x' + x - 2y = 0 \\ y' + x + 4y = t \end{cases}$

20. $\begin{cases} x' = x + 2y + 1 \\ y' = 4x - y \end{cases}$

21. $\begin{cases} x' = -3x - 4y + t \\ y' = 2x + 3y \end{cases}$

22. $\begin{cases} x' = 3x + 5y + 2t \\ y' = 3x + y + 1 \end{cases}$

23. $\begin{cases} x' = 3 - 2y + t^2 \\ y' = 2x - 2t \end{cases}$

24. $\begin{cases} x' = x - 2y + t^2 \\ y' = x + 3y \end{cases}$

25. $\begin{cases} x' = 5x + 4y \\ y' = 2x + 3y \end{cases}$

26. $\begin{cases} x' = 2x + 8y \\ y' = x + 4y \end{cases}$

27. $\begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = 3x + y \end{cases}$

28. $\begin{cases} x' = x + 5y \\ y' = 7x + 3y \end{cases}$

29. $\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = x + 4y \end{cases}$

30. $\begin{cases} x' = 5x + 8y \\ y' = 3x + 3y \end{cases}$

Задание 19

Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данного уравнения с данными начальными условиями.

1. $y' = x + x^2 y^2, \quad y(0) = 1$
2. $y' = x^2 - xy^3, \quad y(0) = 0$
3. $y' = 2x - x^2 y^2, \quad y(1) = 0$
4. $y' = x^2 + y^2 + 1, \quad y(1) = 1$
5. $y' = x^2 - y^2, \quad y(2) = 1$
6. $y' = xy + y^2, \quad y(0) = 1$
7. $y' = y^3 + x, \quad y(1) = 0$
8. $y' = y + e^y \cdot x, \quad y(0) = 0$
9. $y' = y^2 + e^{y-1}, \quad y(0) = 1$
10. $y' = y^2 + x^2 \cdot e^y, \quad y(0) = 0$
11. $y' = 1 - x \cdot \sin y, \quad y(\pi) = 2\pi$

12. y'= $\frac{y}{\pi} + x \cdot \sin y$, $y(\frac{\pi}{2}) = \pi$

13. $y' = (e^y - e)\sin x + \frac{y}{x}$, $y(1) = 1$

14. $y' = \frac{1}{(1+x^2)} + \cos x \cdot tgy$, y(0)=0

15. $y' = \frac{2x}{1+x^2} + e^{y+1} - 1$, $y(0) = 1$

16. $y' = x^3 \cdot y + x^3 \cdot \sin \pi y$, $y(0) = 1$

17. $y' = y^3 + x \cdot \cos 3y$, $y(0) = 0$

18. $y' = \pi^2 - y^2 + x \cdot \sin \frac{y}{2}$, $y(0) = \pi$

19. $y' = 1 + x \sin y$, $y(2\pi) = \pi$

20. $y' = 1 - y^2 + x \cdot \cos \pi y$, $y(1) = 1$

21. $y' = y^2 \cdot \sin x + (y-1)^2$, $y(\frac{\pi}{2}) = 1$

22. $y' = (x-y)y^2 + 1$, $y(1) = 0$

23. $y' = y^2 \cdot \sin x + \sin x$, $y(0) = 0$

24. $y' = y^2 \cdot \sin x + \frac{y}{\cos^2 x} + \cos x$, $y(0) = 0$

25. $y' = \sin x \cdot \ln y + y^3 \cdot e^x$, $y(0) = 1$

26. $y' = x + y + y^2$, $y(1) = 1$

27. $y' = \cos x + y^2$, $y(\frac{\pi}{2}) = 0$

28. $y' = y^2 + \frac{1}{x}$, $y(1) = 0$

29. $y' = y^3 + \sin x$, $y(\frac{\pi}{2}) = 0$

30. $y' = (e^x - 1)\ln y + \frac{y}{e}$, $y(1) = e$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики. М.:АСтрель:АСТ,2007. – 425 с.
2. Высшая математика для экономистов. Учеб. для вузов/под ред. Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ-ДАНА,2008. – 342 с.
3. Карасев А.И., Аксютина З.М., Савельева Т.И. Курс высшей математики для экономических вузов. Часть 1,2: М.: Высшая школа. 1982.-.272, 320 с.
4. Практикум по высшей математике для экономистов. Учебное пособие для вузов/под ред.Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. -354с.
5. Высшая математика для экономических специальностей (ч.1,2) учеб. и практикум/ под ред.Н.Ш. Кремера. М.: Высш. образование, 2008. – 344,410 с.
6. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах в 2 ч. М.:ОНИКС-21 век. Мир и образование, 2005.- 304,415 с.
7. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-мат. лит., 2005.-.352 с.
8. Самаров К.Л. Задачи с решениями по высшей математике и математическим методам в экономике. М: Дашков и К,2007. -424 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Часть 4. Дифференциальные уравнения

Учебное издание

Сахарова Людмила Викторовна

ТИПОВЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Редактирование, корректура *Грузинская Т.А.*
Верстка, макетирование *Саркисова Е.В.*
Дизайн обложки *Климова В.В.*

Изд. № 77/2990. Подписано к печати 21.07.2017.
Объем 6,5 усл. п. л. Формат 60x84/16. Гарнитура Times.
Печать цифровая. Бумага офсетная.
Тираж 500 экз. Заказ № 146.

344002, Ростов-на-Дону, Б. Садовая, 69, РГЭУ (РИНХ), к. 152.
Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ)